

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

Нелинейная динамика и гиперхаос в решетке ридберговских атомов <i>А.В. Андреев</i>	4
Уточнение ведущих пар мод критерия Бояревича-Ромерио <i>С.В. Анпилов, Н.П. Савенкова, В.С. Лапонин, С.А. Складчиков, А.В. Калмыков</i>	7
Контроль и эволюция аттрактора Плыкина методом Пирагаса <i>С.Т. Белякин, С.П. Кузнецов</i>	9
Химерные структуры в модели Курамото-Баттогтоха <i>М.И. Болотов, Л.А. Смирнов, Г.В. Осипов, А.С. Пиковский</i>	11
Генерация диссипативных структур в активных кольцевых резонаторах с ферромагнитными и вакуумными элементами <i>С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский</i>	15
Адаптивная фильтрация сигналов электрической активности головного мозга <i>В.В. Грубов, А.Е. Руннова, М.О. Журавлев</i>	19
Исследование индуцированного шумом перемежающегося поведения в мультистабильных системах на примере модельных систем <i>М.О. Журавлев, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов</i>	21
Исследование перемежающегося поведения, возникающего в гипоталамусе грызунов <i>М.О. Журавлев, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов</i>	24
Анализ нормальных мод древовидных систем нелинейных осцилляторов <i>О.С. Каткова, А.Р. Сафин, М.В. Капранов, Е. Суровяткина, J. Kurths</i>	26
Динамика многослойной адаптивной сети с кооперативным взаимодействием между слоями <i>Д.В. Кирсанов, В.В. Макаров, М.В. Горемыко, В.О. Недайвозов, А.Е. Храмов</i>	30
Оценка степени перемежающейся фазовой синхронизации по временным рядам: модельные системы и реальные нейрофизиологические данные <i>А.Д. Колоскова</i>	32
Волны, микроволны, автоволны в эконофизике <i>М.Е. Мазуров</i>	36

Почти-периодические функции, их приложения для исследования взаимодействия информационных потоков в избирательных импульсных нейронах	
<i>М.Е. Мазуров</i>	40
Синхронизация релаксационных автоколебательных систем синхронизация в нейронных сетях	
<i>М.Е. Мазуров</i>	44
Формирование кластеров в сложной сети, отражающей процессы кооперации в социальных группах	
<i>В.О. Недайвозов, В.В. Макаров, М.В. Горемыко, Д.В. Кирсанов</i>	48
Управление хаотической динамикой спин-волнового генератора с помощью внешнего периодического и шумового воздействия: теория и эксперимент	
<i>Д.В. Романенко, С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский</i>	50
Численное моделирование двумерных МГД структур в тепловыделяющей плазменной среде	
<i>Д.С. Рящиков, Н.Е. Молевич, Д.И. Завершинский</i>	54
Моделирование системы скрытой передачи информации с псевдопараметрической хаотической модуляцией несущего сигнала	
<i>Л.В. Савкин</i>	56
Сглаженные и гладкие модификации «лабиринтного» хаоса Томаса и их приложения к системам конфиденциальной связи	
<i>Л.В. Савкин</i>	58
Синхронные режимы, возникающие в полупроводниковых сверхрешетках в присутствии наклонного магнитного поля и внешнего воздействия	
<i>А.О. Сельский, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов</i>	61
Диагностика синхронизации контуров вегетативной регуляции кровообращения по длинным нестационарным временным рядам	
<i>В.В. Сказкина, Е.И. Боровкова, А.Р. Киселев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, А.С. Караваяев</i>	63
Связь между локальными и глобальными характеристиками динамики нейронной сети головного мозга при эпилепсии	
<i>А.Е. Храмов, В.А. Максименко</i>	67
«Волны-убийцы» в океане. Мифы и реальность	
<i>Н.К. Шелковников</i>	69

Об одной форме дискретных отображений томсоновских осцилляторов с запаздыванием

В.В. Зайцев, А.Н. Шилин 71

Нелинейная динамика и гиперхаос в решетке ридберговских атомов

А.В. Андреев

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
andreevandv@gmail.com

В настоящее время значительный интерес вызывают задачи управления квантовыми системами с ридберговскими атомами в связи с тем, что подобные задачи имеют тесную связь с проблемой создания квантовых компьютеров [1]. Ридберговские атомы - это водородоподобные атомы, внешний электрон в которых находится в высоковозбужденном состоянии, вплоть до уровней порядка 1000. Данные объекты представляют в настоящее время особый интерес [2], потому что они могут быть использованы в квантовом контроле одного атома другими благодаря ридберговским (высоковозбужденным) состояниям. Волновые функции атомов в основном состоянии не превышают значения 0.1 нм, в то время как в ридберговском состоянии они достигают нескольких нанометров и даже выше. Это позволяет атомам, находящимся достаточно далеко для того, чтобы не взаимодействовать друг с другом, находясь в основном состоянии, сильно взаимодействовать в возбужденных состояниях [3].

Значительный интерес вызывает задача возникновения хаотической динамики в квантовой системе. Эта задача также имеет прикладное значение для решения проблемы квантовых вычислений в массиве атомов, включенных в твердое тело, принимающих ридберговское состояние [4].

Также системы с ридберговскими атомами являются перспективными для хранения и передачи информации. В связи с этим является перспективной задачей анализ методик подавления хаотической динамики в таких системах, т.к. хаос будет разрушать все хранимую или передаваемую через систему информацию.

В данной работе было проведено исследование квадратных решеток различных размеров (2x2, 3x3, 4x4 и т.д.), состоящих из ридберговских атомов, и была показана возможность возникновения гиперхаотической динамики в рассматриваемой системе. Также было проведено исследование возможности управления гиперхаотической динамикой при помощи параметрического внешнего воздействия и непрерывной обратной связи.

Исследуемые решетки из N связанных ридберговских атомов описываются следующей системой квазиклассических уравнений [5]:

$$\begin{aligned} \dot{w}_i &= -2\Omega \operatorname{Im} q_i - w_i - 1, \\ \dot{q}_i &= i[\Delta - c \sum_{\langle ik \rangle} (w_k + 1)]q_i - \frac{q_i}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_i, \quad i = 1 : N \end{aligned} \quad (1)$$

где Ω - частота Раби, с которой осциллирует населенность возбужденного уровня атомной системы под действием резонансного лазерного излучения; Δ - отстройка частоты лазерного излучения от частоты резонансного атомного перехода; c - ридберговское взаимодействие; w_i - инверсии, т.е. разности населенностей энергетических уровней атомов; q_i - недиагональные элементы матрицы плотности атома, которая является аналогом волновой функции и служит для описания состояния квантово-механической системы. Суммирование происходит по всем соседним атомам.

Для анализа динамики исследуемых систем использовался расчет спектров показателей Ляпунова. На рисунке 1 приведена зависимость спектра показателей Ляпунова от управляющего параметра (отстройки частоты лазерного излучения от частоты резонансного атомного перехода) для квадратной решетки из 16

ридберговских атомов. На нем видна область гиперхаоса с 5 положительными показателями Ляпунова, в которой прослеживаются несколько окон периодичности. Было обнаружено, что при увеличении числа атомов в системе происходит практически линейный рост числа положительных показателей Ляпунова в области гиперхаоса, а также наблюдается увеличение области гиперхаоса и уменьшения числа и ширины окон периодичности внутри него. Подобный эффект увеличения области гиперхаоса и уменьшения числа и ширины окон периодичности внутри него был обнаружен и при увеличении второго управляющего параметра – частоты Раби.

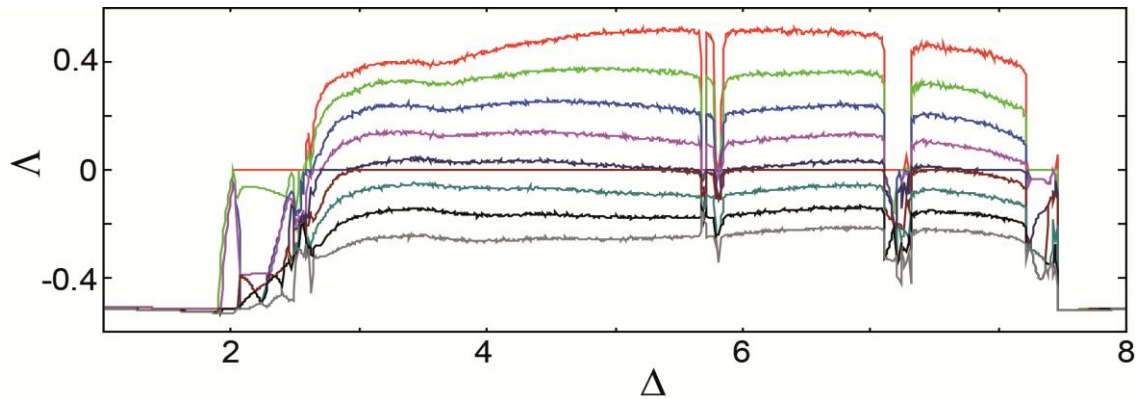


Рис. 1. Спектр пространственных показателей Ляпунова для решетки из 16 связанных ридберговских атомов при значении управляющих параметров $\Omega=2.0$, $c=5$. В области $\Delta \in (2.3; 8.1)$ имеет место режим гиперхаоса.

Для управления сложной динамикой в качестве методов подавления хаотической динамики использовалось введение внешнего параметрического воздействия и введение обратной связи. В качестве параметрического воздействия была выбрана модуляция частоты Раби внешним периодическим воздействием, что возможно реализовать в эксперименте:

$$\Omega = \Omega_m [1 + M \sin(2\pi f t)] \quad (2)$$

где Ω_m – частота Раби в автономной системе, M и f – амплитуда и частота внешнего воздействия соответственно.

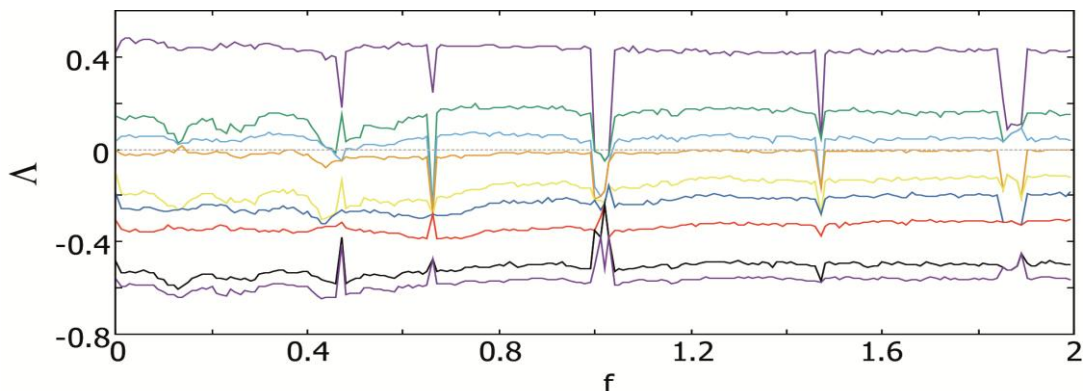


Рис.2. Спектр условных пространственных показателей Ляпунова для решетки из 9 связанных ридберговских атомов под параметрическим внешним воздействием при значении управляющих параметров $\Omega=2.0$, $\Delta=5.0$, $c=5$, соответствующих гиперхаосу с 3 положительными показателями Ляпунова в автономной системе, $M=0.2$.

При значениях управляющих параметров $\Omega=2.0$, $\Delta=5.0$, соответствующих гиперхаосу с 3 положительными показателями Ляпунова в автономной системе, была

проанализирована система (1) под внешним воздействием (2) в зависимости от амплитуды и частоты этого воздействия. Для анализа использовался расчет спектра условных показателей Ляпунова, в котором, в отличие от спектра обычных показателей, отсутствует один нулевой показатель [6]. На рис.2. представлен один из таких спектров. Из рисунка видно, что существуют области параметра f , при которых в системе происходит подавление хаоса и наблюдается периодическая динамика. Аналогичные результаты были получены и при изменении амплитуды внешнего воздействия M при постоянных значениях частоты f .

Метод управления колебаниями с помощью введение обратной связи основан на модуляции интенсивности внешнего возбуждающего лазерного излучения сигналом, снимаемым с одного из атомов данной системы:

$$\Omega = \Omega_m [1 + M(w_j - \bar{w}_j)] \quad (3)$$

где M – амплитуда обратной связи, j – номер атома, с которого реализуется обратная связь, \bar{w} – среднее значение w за последние 5 секунд.

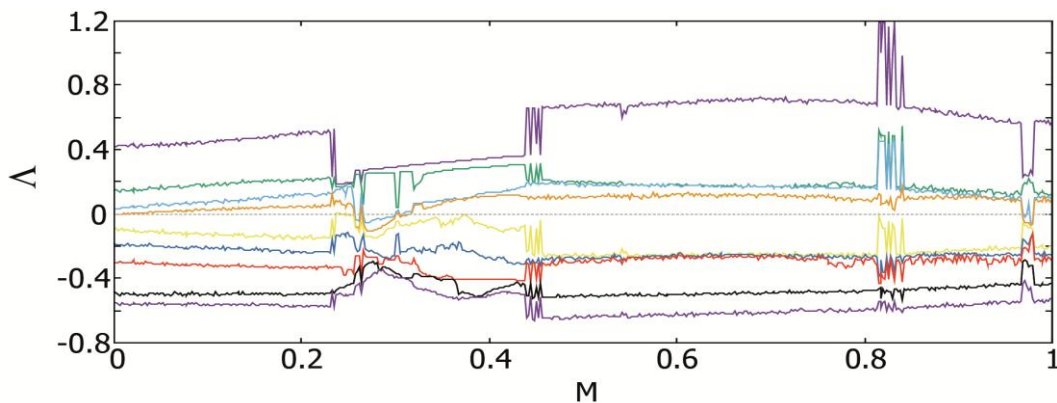


Рис.3. Спектр условных пространственных показателей Ляпунова для решетки из 9 связанных ридберговских атомов с обратной связью при значении управляющих параметров $\Omega=2.0$, $\Delta=5.0$, $c=5$, соответствующих гиперхаосу с 3 положительными показателями Ляпунова в автономной системе.

Были рассчитаны спектры условных пространственных показателей Ляпунова для систем под таким воздействием при тех же значениях управляющих параметров, что и для систем под внешним параметрическим воздействием. Один из таких спектров изображен на рисунке 3. Из него видно, что при подборе значения амплитуды обратной связи удастся уменьшить число положительных показателей Ляпунова с 3 лишь до 2, в то время как введение в систему внешнего параметрического воздействия позволяет уменьшить их число вплоть до 0.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.D. Lukin et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 2208.
2. P.T. Greenland et al. // Nature. 2010. V. 465. P. 1057-1061.
3. B. Schwarzschild // Phys. Today. 2009. V. 62. P. 15–18.
4. M. Saffman and T.G. Walker. // Reviews of Modern Physics. 2010. V. 82. P. 2313.
5. T.E. Lee, H. Haffner, M.C. Cross. // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. P. 031402(R).
6. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii // Phys. Rev. E. V. 2005. 71. No 6. P. 067201.

Уточнение ведущих пар мод критерия Бояревича-Ромерио

С.В. Анпилов, Н.П. Савенкова, В.С. Лапонин, С.А. Складчиков, А.В. Калмыков
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра
вычислительных методов. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, 2-й учебный корпус.
svanpilov@inbox.ru

В настоящей работе предлагается алгоритм выбора ведущих пар мод критерия Бояревича-Ромерио, позволяющего определить критическое МПР промышленного электролизера.

Основным показателем работы электролизёра является выход по току. Выход по току - отношение между практическим и теоретическим производством алюминия. Считается, что первопричина снижения выхода по току - окисление растворенного алюминия анодным газом (CO_2).

Для уменьшения энергетических потерь нужно слой электролита по возможности уменьшать, но при этом на поверхности раздела металл-электролит могут возникнуть колебания. При некоторых условиях наблюдается рост амплитуд этих волн, который называется неустойчивостью или магнитогидродинамической (МГД) нестабильностью. Даже простое незатухающее колебание поверхности раздела должно быть устранено, так как при нем возрастает массоперенос растворенного алюминия от катода в межполюсное расстояние (МПР), где он снова окисляется. МГД-неустойчивость является основным препятствием увеличения выхода по току.

Большинство исследований посвященных электролизу алюминия, так или иначе, сталкиваются с проблемой МГД-устойчивости процесса. Большой интерес представляет определение параметров процесса, при которых достигается устойчивая работа электролизёра. Существует множество критериев МГД-устойчивости, например, критерии Селе, Бояревич-Ромерио [1, 2], каждый из которых имеет свои недостатки, что ограничивает возможность их практического применения. В настоящее время имеется большое количество математических моделей, описывающих динамику основных процессов в электролизной ванне. Однако обычно модели не имеют высокой степени адекватности и не позволяют с необходимой точностью описывать динамику физико-химических процессов, а также не способны работать в реальном времени.

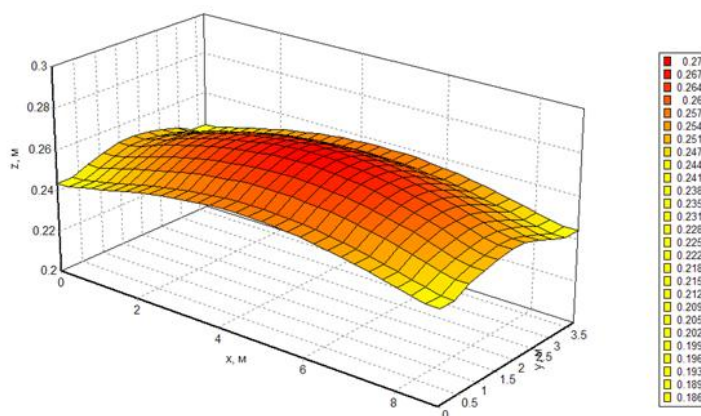


Рис. 1. Характерный вид поверхности раздела алюминий-электролит.

Использована математическая модель многоанодного электролизёра основана на системе уравнений Навье-Стокса с применением многофазного подхода для смеси, разработанная ранее авторами [3]. Такой подход позволяет проследить динамику во

всём объёме, что является необходимым условием для исследования магнитогидродинамической устойчивости процесса в целом. За основу модели электромагнитных полей взята система уравнений Максвелла. Модель также учитывает форму рабочего пространства ванны, вязкое трение между средами, влияние нестационарного электромагнитного поля и конфигурации анода на гидродинамику процесса.

В результате численного моделирования, учитывающего реальные геометрические и технологические параметры ванны, получены поля скоростей в алюминии, электролите, а также магнитные поля, индуцированные токи и построена граница раздела сред, что позволяет в любой момент времени определить МПР, по которому в дальнейшем однозначно определяется ведущая пара мод для критерия Бояревича-Ромерио. На рис. 1 приведён пример вида поверхности раздела алюминий-электролит, полученной в результате расчёта; на рис. 2 представлен график зависимости МПР от времени, также полученный в результате расчёта по модели [3].

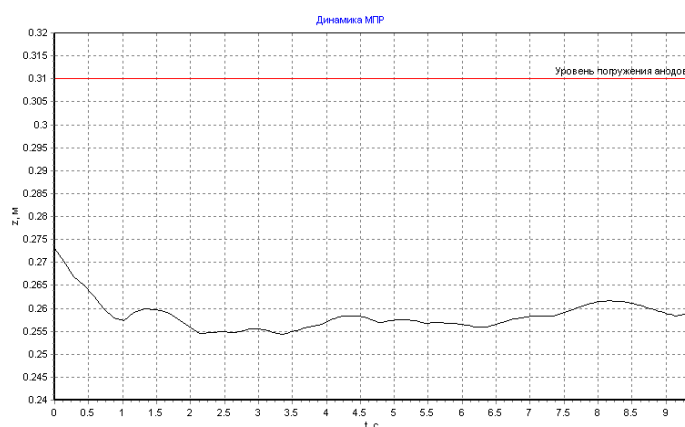


Рис. 2 Динамика МПР.

Предлагается следующий алгоритм снятия неопределённости выбора пары мод в критерии:

1. Построение графика зависимости МПР от времени по результатам расчёта.
2. Нахождение минимального МПР и вычисление .
3. Сравнение критического значения МПР с таблицей, в которой для различных пар мод рассчитано критическое значение по критерию Бояревича-Ромерио.
4. Выбор одной пары мод, которая в дальнейшем будет использоваться в критерии.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.М. Белолипецкий, Т.В. Пискажова “Математическое моделирование процесса электролитического получения алюминия. Решение задач управления технологией” СФУ, 2013
2. V.V. Wojarevics, M.V. Romerio // Eur. Jour. Mech. B / Fluids. 1994. V. 13 No. 1. P. 33.
3. Н.П. Савенкова et al // Сборник докладов третьего международного конгресса «Цветные металлы - 2011». Красноярск, – С. 282.

Контроль и эволюция аттрактора Плыкина методом Пирагаса

С.Т. Белякин¹, С.П. Кузнецов²

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники

belyakin1962@mail.ru

В настоящей работе рассматривается автономная система, аттрактор Плыкина, которая характеризуется наличием гиперболичности. Изучается эволюция фазовых портретов в системе с гиперболическим аттрактором посредством обратной связи с постоянной временной задержкой [1].

Множество Λ называется гиперболическим аттрактором динамической системы, если Λ – замкнутое топологическое транзитивное гиперболическое множество и существует такая окрестность $U \supset \Lambda$, что $\Lambda = \bigcap_{t \geq 0} f^t U$. К хорошо известным гиперболическим системам относится аттрактор Плыкина. Гиперболический аттрактор Плыкина располагается на двумерной области $T = S^2$, где S^2 – единичная окружность. Тогда $f: T \rightarrow T$, $f(x, y, z) = (\cos \varphi \sin \phi, \sin \varphi \sin \phi, \cos \phi)$, где $k > 2$ и представляет собой подмножество $T \subset R^3$.

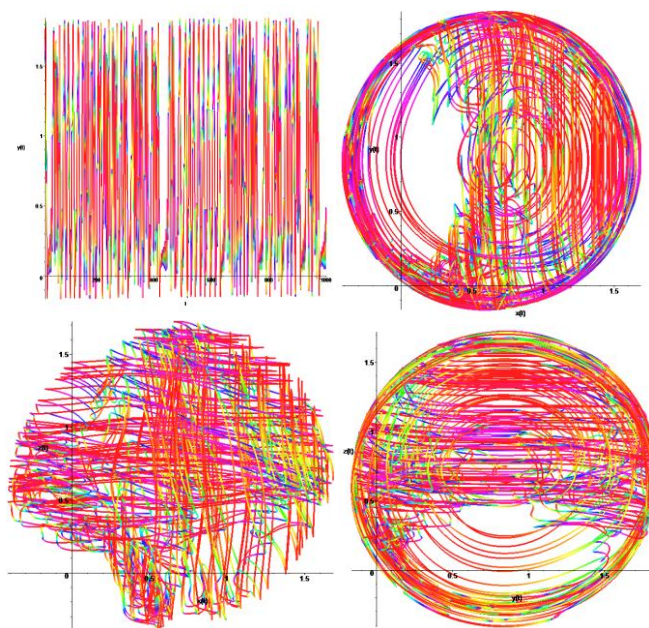


Рис. 1. Временная шкала и фазовые портреты аттрактора Плыкина

На рис.1 показана сверху слева временная амплитудная шкала $y(t)$, далее фазовые портреты $y(x)$, $z(x)$ и $z(y)$, в отсутствии внешнего воздействия на аттрактор. Легко видеть, что при данных значениях параметров аттрактор имеет ярко выраженные хаотические свойства.

Применим следующее преобразование и перейдем от декартовой системы координат к плоской: $X + iY = (x - z + iy\sqrt{2})(x + z + \sqrt{2})^{-1}$.

Используем метод Пирагаса для наблюдения эволюционной динамики аттрактора Плыкина с постоянной временной задержкой [2].

Донная система уравнений будет представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -2\varepsilon Y^2 \Omega_1 (\cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - X \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)) + \\ &\quad k Y \Omega_2 (\cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - X \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t)) \sin \omega_1 t, \\ \dot{Y} &= 2\varepsilon Y \Omega_1 (X \cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - \frac{1}{2}(1 - X^2 + Y^2) \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)) - \\ &\quad k \Omega_2 (\cos(\omega_2 \sin \omega_1 t) + \frac{1}{2}(1 - X^2 + Y^2) \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t)) \sin \omega_1 t + D_{Y,\tau}. \end{aligned} \quad (1)$$

Где: X, Y - динамические переменные, ε и k - константы, $\omega_{1,2} = (\pi/2, \pi/4)$,

$$\Omega_1 = \frac{2X \cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) + (1 - X^2 - Y^2) \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)}{(1 + X^2 + Y^2)^2}, \quad \Omega_2 = \frac{-2X \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t) + (1 - X^2 - Y^2) \cos(\omega_2 \sin \omega_1 t)}{1 + X^2 + Y^2} + \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$D_{Y,\tau} = K[Y(t - \tau) - Y(t)].$$

При использовании метода Пирагаса при $K = 0.1 \rightarrow 1.0$, $\tau = 1.9$, $\varepsilon = 0.72$, $k = 1.9$, наблюдается эволюционная динамика фазовых портретов системы, представленных в рис.2.

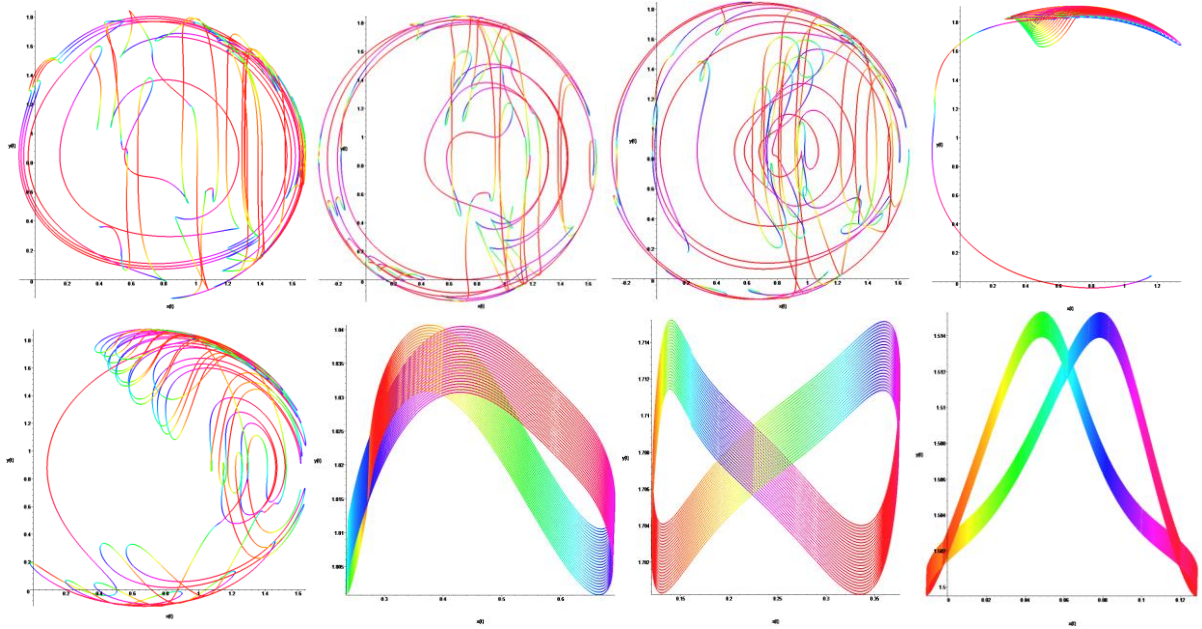


Рис. 2. Фазовые портреты $y(x)$ аттрактора Плыкина при $K = 0.1 \rightarrow 1.0$, $\tau = 1.9$, $\varepsilon = 0.72$, $k = 1.9$

Таким образом, применение метода Пирагаса при постоянной временной задержке, дает возможность наблюдать эволюционную динамику системы гиперболического аттрактора Плыкина.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Pyragas // Phys. Lett. A 170, 421, 1992.
2. S. Kuznetsov // Nonlinear dynamics 5: 403–424, 2009.

Химерные структуры в модели Курамото-Баттогтоха

М.И. Болотов¹, Л.А. Смирнов^{2,1}, Г.В. Осипов¹, А.С. Пиковский^{3,1}

¹Институт Информационных технологий, математики и механики, ННГУ им.Н.И. Лобачевского

²Институт прикладной физики Российской Академии наук, Нижний Новгород

³Институт физики и астрономии, Потсдамский университет, Германия

maxim.i.bolotov@gmail.com

В данной работе изучается система нелокально связанных идентичных фазовых осцилляторов, которые непрерывно распределены на интервале от 0 до L и удовлетворяют периодическим граничным условиям. Такая конфигурация полностью эквивалентна ситуации, когда фазовые осцилляторы равномерно расположены на кольце длиной L .

В используемых приближениях система нелокально связанных идентичных фазовых осцилляторов с собственной частотой ω , которую без ограничения общности можно положить равной нулю, математически описывается с помощью динамической переменной $\varphi(x,t)$, определенной в каждой точке x интервала от 0 до L и подчиняющейся следующему интегро-дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega - \int_0^L G(x-\tilde{x}) \sin(\varphi(x,t) - \varphi(\tilde{x},t) + \alpha(|H|)) d\tilde{x}, \quad (1)$$

где переменная $\alpha(|H|) = \alpha_0 + \alpha_1 |H|^2$ описывает эффекты фазовой задержки, величина H будет описана далее. Последнее слагаемое в правой части (1) представляет собой интегральный оператор с ядром $G(y)$. Это ядро описывает эффекты нелокального взаимодействия внутри рассматриваемой одномерной осцилляторной среды. В качестве $G(y)$ была выбрана функция Грина неоднородного уравнения Гельмгольца с источником в правой части и периодическими граничными условиями в точках $x=0$ и $x=L$:

$$G(y) = \frac{k}{2 \sinh(kL/2)} \cosh(k(|y| - L/2)). \quad (2)$$

На наш взгляд, $G(y)$ в форме (2) достаточно адекватно описывает эффекты слабой нелокальности и может быть использована как модельная. Отметим, что (2) в пределе $kL \rightarrow +\infty$ переходит в экспоненциальное ядро $G(y) = k \exp(-k|y|)/2$ из классической работы Курамото и Баттогтоха [1].

Нас интересуют достаточно сложные варианты поведения обсуждаемой системы, когда наряду с группой синхронно движущихся фазовых осцилляторов имеется значительное число осцилляторов, поведение которых асинхронно. Такие пространственные образования называются химерами. Можно ввести локальный параметр порядка $Z(x,t)$, удовлетворяющий условию $|Z(x,t)| \leq 1$ [2]. Там где $|Z(x,t)| = 1$, фазовые осцилляторы движутся синхронно. Если же $|Z(x,t)| < 1$, то поведение соседних элементов в окрестности точки x асинхронно. Такая функция $Z(x,t)$ удовлетворяет эволюционному уравнению Отта-Антонсена [3]:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = i\omega Z + \frac{1}{2} (e^{-i\alpha(|H|)} H - e^{i\alpha(|H|)} H^* Z^2). \quad (3)$$

Здесь $H(x,t)$ - мгновенный во времени линейный интегральный оператор:

$$H(x, t) = \int_0^L G(x - \tilde{x}) Z(\tilde{x}, t) d\tilde{x}. \quad (4)$$

Фазовый сдвиг выбран в виде $\alpha(|H|) = \alpha_0 + \alpha_1 |H|^2$ для учета возможных эффектов нелинейности [4].

В рассматриваемой ситуации, используя для ядра $G(y)$ конкретный вид (2), несложно от интегральной связи (4) между $Z(x, t)$ и $H(x, t)$ перейти к эквивалентному дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} - k^2 H = -k^2 Z \quad (5)$$

с периодическими граничными условиями:

$$H(0) = H(L), \quad \frac{\partial Z}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial Z}{\partial x}(L, t). \quad (6)$$

В случае поиска стационарных химерных состояний редуцированная система, задаваемая уравнением Отта-Антонсена (3) и (5), может быть сведена к системе ОДУ, предельный цикл, в фазовом пространстве которой, удовлетворяющий некоторым условиям, соответствует химерному состоянию в системе (1). В работе [5] был разработан эффективный численный метод поиска данных траекторий и исследована устойчивость химерных структур в случае $\alpha_1 = 0$. В работе [4] были получены некоторые химерные режимы в подобной системе в случае экспоненциального ядра.

Здесь для стационарных химерных структур найдены условия устойчивости, полученные с помощью адаптированного метода поиска дискретных собственных значений линеаризованной задачи. Сложность использования стандартных методов поиска собственных значений заключается в том, что непрерывный спектр собственных значений имеет Т-образную форму (когда эти значения лежат на мнимой оси и отрицательной части вещественной оси), но устойчивость определяется по дискретному спектру.

В данной системе обнаружено множество возможных стационарных химерных режимов. Рассмотрим возможные химерные режимы при значении параметров $\alpha_0 = 0.4\pi$, $\alpha_1 = (\pi/2 - \alpha_0)/0.36$ и различных значениях Ω - частоты вращения химеры. В этом случае обнаружено два типа химерных режимов: однокластерный и двукластерный.

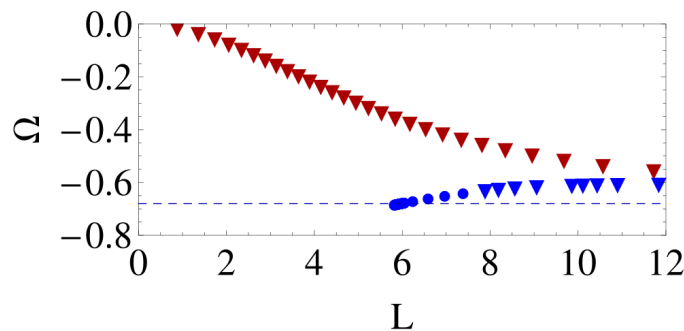


Рис. 1. Зависимость периода химерных состояний L от частоты вращения Ω .

На рисунке 1 представлена зависимость периода химерных состояний L от частоты вращения Ω . Круглые маркеры соответствуют устойчивым режимам,

треугольные – неустойчивым. Верхняя ветвь (красные маркеры) соответствует двухкластерным химерным состояниям (рис. 2), нижняя ветвь (синие маркеры) – однокластерным химерным состояниям. Анализ устойчивости показал, что двухкластерные химеры неустойчивы, когда как однокластерные могут быть устойчивыми так и неустойчивыми в зависимости от значения параметра Ω .

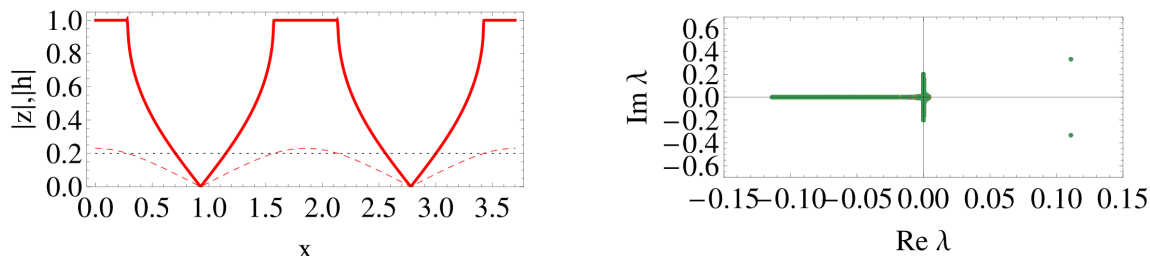


Рис. 2. Двухкластерное химерное состояние и спектр его собственных значений при $\Omega = -0.2$.

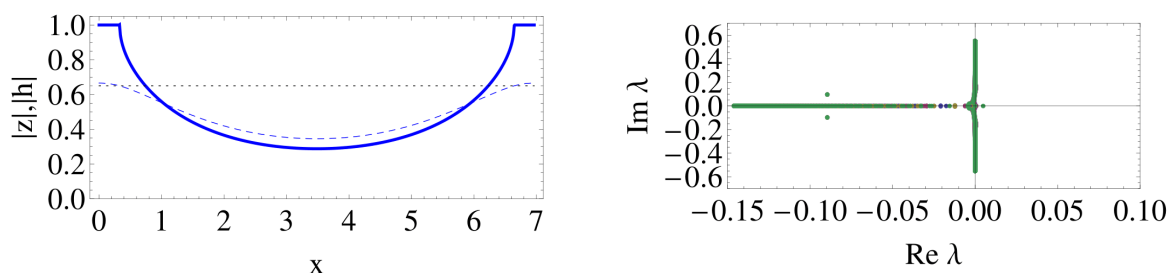


Рис. 3. Однокластерное химерное состояние и спектр его собственных значений при $\Omega = -0.65$.

Важно отметить, что в случае $\alpha_1 \neq 0$ в системе (1) может существовать 3 однородных стационарных решения: полностью синхронное ($Z(x,t)=1$), полностью асинхронное ($Z(x,t)=0$) и частично синхронное ($Z(x,t)=Z_{ps}$). Наличие частично синхронного состояния оказывает существенное влияние на возможность существования химерных режимов. Так на рисунке 1 пунктирной линией обозначена частота вращения частично синхронного режима.

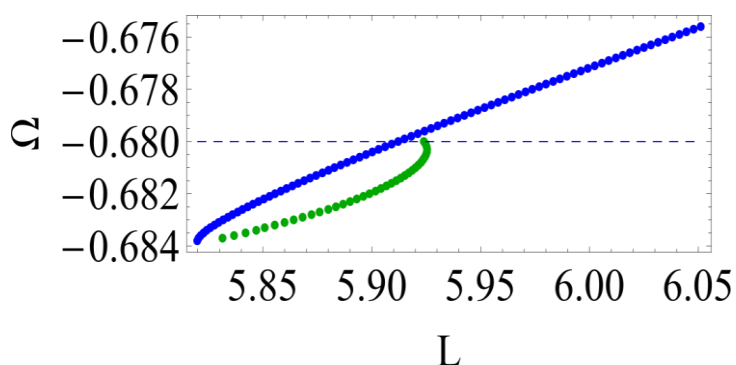


Рис. 4. Зависимость периода химерных состояний L от частоты вращения Ω .

На рисунке 4 представлена зависимость периода химерных (синие маркеры) и стационарных нехимерных режимов (зеленые маркеры) от частоты вращения Ω вблизи частично синхронного состояния. Анализ на модуляционную неустойчивость стационарных однородных состояний показал, что данное частично синхронное состояние устойчиво при полученных длинах стационарных режимов $L > 5.8$, полностью синхронное и асинхронное состояния при этом неустойчивы. Наличие частично синхронного состояния (частота вращения которого обозначена пунктирной

линией на рисунке 4) приводит к возможности существования наряду с однородными химерными состояниями также нехимерных однородных состояний (рисунок 5).

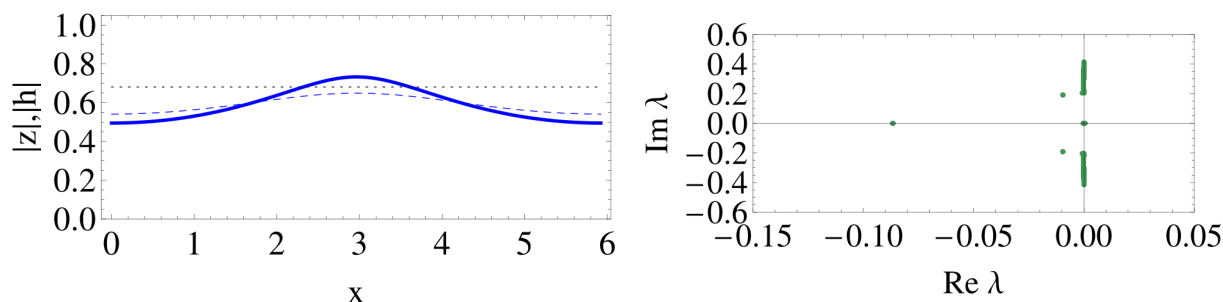


Рис. 5. Стационарное нехимерное состояние и спектр его собственных значений при $\Omega = -0.6805$.

Ветвь стационарных нехимерных состояний возникает из частично синхронного состояния и при уменьшении значений частоты вращения Ω она сливается с ветвью однокластерных химерных состояний, после чего стационарные решения (химерные и нехимерные) уже не могут существовать (рисунок 4).

Таким образом, в рамках данной работы была исследована динамика системы нелокально связанных идентичных фазовых осцилляторов. В данной системе обнаружено существование сложных химерных режимов, когда наряду с группой синхронно движущихся фазовых осцилляторов имеется значительная часть осцилляторов, поведение которых асинхронно. При значении параметров, когда полностью синхронное и асинхронное состояния неустойчивы, были рассмотрены возможные однокластерные и двукластерные химерные состояния, стационарные нехимерные режимы, их связь с наличием устойчивого частично синхронного состояния, его роль в возможности существования химерных состояний. Анализ устойчивости проведен с помощью адаптированного метода поиска дискретных собственных значений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Kuramoto and D. Battogtokh // *Nonlinear Phenom. Complex Syst.* 5, 380, 2002.
2. C.R. Laing // *Physica D: Nonlinear Phenomena* 238, 1569, 2009.
3. E. Ott and T.M. Antonsen // *Chaos* 18, 037113, 2008.
4. G. Bordyugov, A. Pikovsky and M. Rosenblum // *Phys. Rev. E.* 82, 035205, 2010.
5. L.A. Smirnov, G.V. Osipov and A. Pikovsky // *J. Phys. A: Math. Theor.* 50, 08LT01, 2017.

Генерация диссипативных структур в активных кольцевых резонаторах с ферромагнитными и вакуумными элементами

С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский
Саратовский государственный университет
sergrsh@yandex.ru

Пространственно-временные структуры и хаос являются одними из наиболее распространенных природных явлений, которые наблюдаются в открытых, сильно неравновесных системах, относящихся к различным областям науки: гидродинамике, физике плазмы, вакуумной электронике, химии, биологии и др. Оба этих явления являются традиционными объектами исследования в теории самоорганизации и образования структур или синергетике [1]. Среди локализованных в пространстве и/или во времени структур выделяются солитоны – волновые пучки или импульсы со стационарным профилем, которые формируются в слабо диссипативных (консервативных) системах за счет установления баланса между дисперсионным расплыванием и нелинейной фокусировкой [2]. Помимо консервативных систем наиболее распространенными являются диссипативные системы с притоком энергии извне и ее оттоком (диссипацией). В таких системах формируются диссипативные солитоны [3], для которых важен баланс между усилением и потерями.

В теории самоорганизации солитоны и динамический хаос традиционно рассматриваются как два независимых нелинейных феномена, возникновение которых связано с отсутствием или с наличием в системе неустойчивости. Так, солитоны представляют собой асимптотически устойчивые состояния динамической системы, в то время как динамический хаос есть результат развития неустойчивости по Ляпунову. Однако в последние годы была обнаружена неустойчивость солитонных состояний, которая привела к формированию *хаотических солитонов* [4-9]. Впервые хаотические солитоны были открыты в оптических системах [4], после чего были обнаружены в генераторах электромагнитных солитонов [5], в ферромагнитных средах [6] и в активных кольцевых резонаторах на их основе [7-9], а также в конденсации Бозе-Эйнштейна [10].

Известно, что солитоны огибающей формируются в ферромагнитных пленках за счет четырехволновых процессов взаимодействия спиновых волн, приводящих к развитию модуляционной неустойчивости и к установлению баланса между пространственной дисперсией и кубической нелинейностью ферромагнитной среды. Развитие вторичной модуляционной неустойчивости обуславливает формирование в таких средах хаотических солитонов [6]. Использование ферромагнитных пленок в цепи обратной связи кольцевых автоколебательных систем приводит к компенсации потерь и к генерации хаотических диссипативных солитонов [8]. Помимо четырехволновых процессов в ферромагнитных пленках существуют и трехволновые процессы взаимодействия, связанные с параметрическим возбуждением магнитостатической волной (МСВ) обменных спиновых волн. В работах [7, 9] была продемонстрирована возможность формирования хаотических параметрических диссипативных солитонов за счет установления баланса между временной дисперсией кольцевого резонатора и кубической нелинейностью, являющейся результатом параметрической связи спиновых волн, а также баланса между усилением и потерями. Генерируемые в указанных работах импульсные последовательности имели скважность $q \leq 2$.

Одной из возможностей получения коротких импульсов большой амплитуды и скважности является использование в активных кольцевых резонаторах элемента с

насыщающимся поглощением. Излучение большой амплитуды проходит через такой элемент с меньшим ослаблением, чем излучение малой амплитуды. Это приводит к самоорганизации многомодового излучения и к установлению между модами определенных фазовых соотношений – *пассивная синхронизация мод*. Первые работы по пассивной синхронизации мод были выполнены в середине 60-ых годов прошлого столетия с лазерными кольцевыми резонаторами, где в качестве насыщающихся поглотителей использовались различные виды красителей [11]. На сегодняшний день элементы с насыщающимся поглощением в виде зеркал SESAM [12], основанных на полупроводниковых структурах типа квантовых ям, одностенных углеродных нанотрубок [13] и пленок графена [14] активно используются в лазерных резонаторных системах для генерации ультракоротких импульсов фемто- и даже аттосекундной длительности с большими мощностями, пиковые значения которых могут достигать величины порядка петаватта [15]. В микроволновом диапазоне частот насыщающимися поглотителями являются нелинейные устройства на МСВ, известные в литературе как усилители отношения сигнал/шум или «шумоподавители» [16]. До настоящего времени шумоподавители на МСВ использовались, в основном, для обработки частотно-модулированных СВЧ-сигналов в приемных устройствах спутников непосредственного вещания [17]. В последние годы была предпринята попытка использования шумоподавителей на МСВ в цепи обратной связи спин-волновых генераторов для осуществления пассивной синхронизации частот автомодуляции спиновых волн и генерации импульсных сигналов со скважностью $q > 10$ [18, 19]. Для получения импульсных сигналов за счет пассивной синхронизации кольцевых мод в работе [20] было предложено использовать ЛБВ-подавители в качестве элементов с насыщающимся поглощением. Проведенные в указанной работе исследования носили теоретический характер и были выполнены применительно к автогенераторам на основе двух гиро-ЛБВ, одна из которых работала в усилительном режиме, а другая в режиме подавления Компфнера.

В настоящей работе впервые предлагается использовать ЛБВ-подаватель в цепи внешней положительной обратной связи спин-волнового генератора для осуществления пассивной хаотической синхронизации двух частотных масштабов: частот автомодуляции спиновых волн, возникающих в результате трехволновых процессов взаимодействия спиновых волн, с частотами кольцевых мод, генерируемых за счет развития в ферромагнитной пленке четырехволновых процессов. Осуществление такой синхронизации приводит к формированию последовательностей пачек хаотических микроволновых импульсов большой скважности ($q > 10^4$), в которых некоторые из импульсов будут иметь солитонную природу.

На Рис. 1 приведено схематическое изображение спин-волнового генератора, в цепи обратной связи которого помимо нелинейной спин-волновой линии передачи 8 используется ЛБВ-подаватель 1, работающий на эффекте срыва Компфнера. Для осуществления частотной селекции кольцевых мод и компенсации потерь сигнала в кольце используются пролетные пятirezонаторные клистроны-усилители 2, 10, работающие в малосигнальном режиме. Для работы ЛБВ-подавателя в режиме «просветления» большим сигналом, на его входе совместно с клистроном-услителем 10 используется транзисторный усилитель мощности 9, работающий также в малосигнальном режиме. Генерируемый в кольце сигнал поступает на входы анализатора спектра 5 и осциллографа реального времени 6 через направленные ответвители 3, 4. Уровень мощности сигнала на входе ЛБВ-подавателя контролируется с помощью измерителя мощности 12, подключенному к кольцу через направленный ответвитель 11. Регулировка уровня мощности сигнала на входе спин-волновой линии передачи осуществляется с помощью переменного аттенюатора 7.

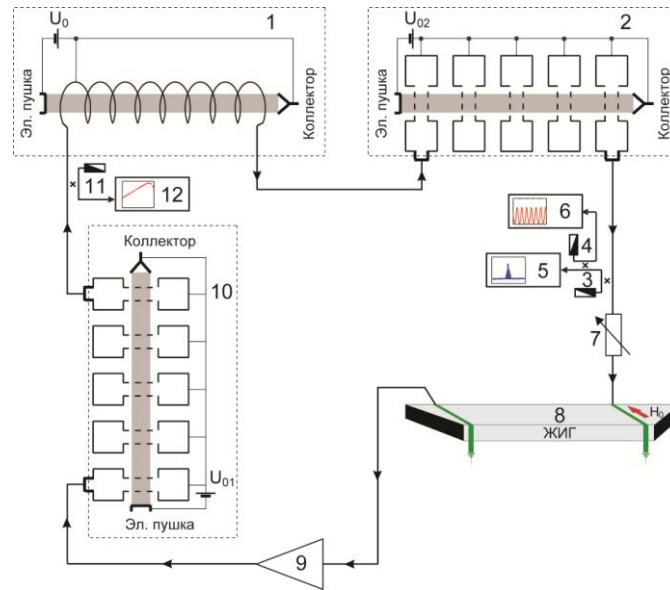


Рис. 1 Схематическое изображение кольцевой автоколебательной системы на основе нелинейной спин-волновой линии передачи и ЛБВ-подавителя.

На Рис. 2 приведены спектр мощности и временные реализации сигнала, генерируемого в кольцевой автоколебательной системе, когда суммарные потери в кольце полностью компенсируются усилением, т.е. коэффициент усиления кольца $G=0$. Из представленных результатов следует, что при использовании в цепи обратной связи насыщающегося поглотителя в кольце жестко генерируется сигнал на частотах нескольких кольцевых модах. В этом случае спектр сигнала является многочастотным за счет развития в спин-волновой линии передачи трех- и четырехволновых процессов взаимодействия спиновых волн. Четырехволновые процессы обуславливают генерацию сигнала на кольцевых модах, а трехволновые параметрические процессы приводят к появлению в спектре каждой кольцевой моды частот автомодуляции спиновых волн $f_{ам}$ и их гармоник. Как будет показано далее, значения частот $f_{ам} < 1$ кГц являются нестабильными во времени, что приводит к образованию у сигнала сплошного спектра на частотах каждой кольцевой моды (см. Рис. 1а). Частотный интервал между кольцевыми модами $\Delta f = 3.3 \div 3.8$ МГц определяется временем задержки сигнала в кольце $\tau = 1/\Delta f = 263 \div 303$ нс, которое складывается, в основном, из времени задержки спин-волновой линии передачи (~ 120 нс), ЛБВ-подавителя и клистронов-усилителей. Во временной области наблюдается формирование последовательности микроволновых импульсов, период следования между которыми $T_{r1} \sim 1.7$ мс определяет значение частоты автомодуляции спиновых волн $f_{ам} = 1/T_{r1} \cong 600$ Гц. При детальном рассмотрении микроволнового импульса выяснилось, что он имеет «тонкую» структуру, которая представляет собой пачку микроволновых импульсов, каждый из которых имеет длительность $T_d \cong 77 \div 88$ нс, измеренной по половине уровню от максимального значения амплитуды. В этом случае скважность импульсной последовательности $q = T_{r1}/T_d \cong 2 \times 10^4$. Период следования импульсов в пачке есть $T_{r2} = \tau$. На Рис. 2в показаны амплитудные профили импульсов в пачке, на пиковые значения которых наложена «оггибающая», описываемая функцией гиперболического секанса. Здесь же приведены их фазовые профили, полученные, как и в [9], с использованием преобразования Гильберта. Видно, что в пачке наблюдается порядка 4-5 импульсов, пиковые значения которых достаточно хорошо ложатся на аппроксимирующую кривую. При этом профили двух импульсов с максимальной амплитудой близки к аналогичным профилям

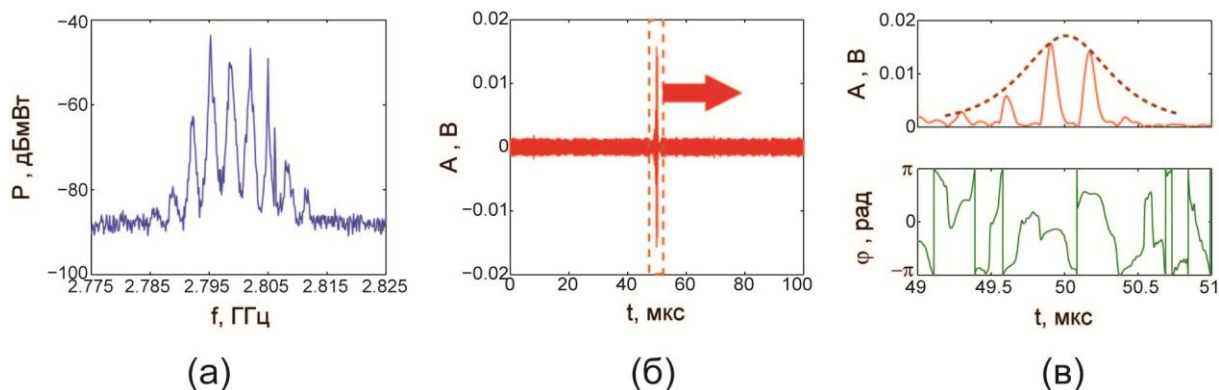


Рис. 2 Спектр мощности (а) и временная реализация (б) микроволновых импульсов, генерируемых в системе при $G=0$. На (в) показана «тонкая» структура микроволнового импульса в виде его амплитудного и фазового профилей.

светлого солитона огибающей. В тоже самое время амплитудные и фазовые профили микроволновых импульсов «тонкой» структуры являются нестабильными во времени, что свидетельствует об их хаотической природе.

В заключении отметим, что предложенный в работе способ формирования импульсных последовательностей большой скважности может быть распространен на автогенераторные схемы с насыщаемыми поглотителями другой физической природы.

Авторы выражают благодарность Трубецкову Д.И. за проявленное внимание к данной работе и ценные советы при постановке эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Haken "Advanced Synergetics". Berlin, Heidelberg: Springer, 1985.
2. A. Newell "Solitons in Mathematics and Physics". New York: SIAM, 1982.
3. N.N. Akhmediev and A. Ankiewicz (Eds) "Dissipative solitons". Berlin: Springer-Verlag, 2005.
4. S.R. Bolton and M.R. Acton // Phys. Rev. A. 2000. V. 62. P. 063803.
5. D. Ham et al. // IEEE Comm. Mag. 2006. P. 126.
6. A.B. Ustinov et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. P. 017201.
7. Е.Н. Бегинин, С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 88. № 10. С. 743.
8. Z. Wang et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 114102.
9. С.В. Гришин и др. // ЖЭТФ. 2015. Т. 148. Вып. 4(10). С. 714.
10. Q. Zhu, W. Hai, and S. Rong // Phys. Rev. E. 2009. V. 80. P. 016203.
11. H.W. Mocker, R.J. Collins // Appl. Phys. Lett. 1965. V. 7. No 10. P. 270.
12. S.B. Cho et al. // Microwave and Opt. Technol. Lett. 2012. V. 54. No 10. P. 2256.
13. T. Hasan et al. // Adv. Funct. Mater. 2009. V. 21. P. 3874.
14. Q. Bao Q. et al. // Adv. Funct. Mater. 2009. V. 19. P. 3077.
15. П.Г. Крюков "Фемтосекундные импульсы". Москва: Физматлит. 2008.
16. J.D. Adam, S.N. Stitzer // J. Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. No 6. P. 485.
17. T. Nomoto, Y. Matsushita // IEEE Trans. MTT. 1993. V. 41. No 8. P. 1316.
18. Е.Н. Бегинин, С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. № 22. С. 37.
19. S.V. Grishin et al. // IEEE Trans. on Magnetics. 2012. V. 48. No 11. P. 4382.
20. N.S. Ginzburg et al. // Phys. Plasm. 2017. V. 24. P. 023103.

Адаптивная фильтрация сигналов электрической активности головного мозга

В.В. Грубов¹, А.Е. Руннова¹, М.О. Журавлев^{1,2}

¹ *Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А. Россия, 410054,
Саратов, ул. Политехническая, 77*

² *Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского Россия, 410012, г. Саратов,
ул. Астраханская, 83
vvgrubov@gmail.com*

В настоящее время наблюдается значительный интерес к изучению колебательной активности в нейронных сетях головного мозга. Основными источниками информации о работе мозга являются экспериментальные методы регистрации активности головного мозга, например, электроэнцефалограммы (ЭЭГ) [1]. Сигнал ЭЭГ имеет сложный состав с рядом характерных ритмов и паттернов.

В радиофизике разработан ряд методов анализа нестационарных сигналов, например, оконное Фурье-преобразование или непрерывный вейвлет-анализ [2], которые оказываются весьма эффективными при анализе ЭЭГ [3]. Тем не менее, в большинстве случаев исследование сигналов ЭЭГ осложняется наличием паразитных паттернов – шумов и артефактов, которые вызваны как внешними источниками сигналов, так и процессами, протекающими в самом организме, например, движением глаз, кардиоритмами, активностью лицевых и шейных мышц и т.д. [4].

Большинство артефактов на ЭЭГ имеют значительную амплитуду и перекрывают три важных низкочастотных диапазона ЭЭГ – дельта, тета и альфа [1]. Присутствие артефактов и их вариабельность значительно усложняют анализ сигналов ЭЭГ, что делает предварительную обработку и фильтрацию важным этапом любых исследований ЭЭГ.

Для фильтрации ЭЭГ от артефактов применяют ряд различных методов: на базе визуального поиска артефактов [5], анализа независимых компонент [6], регрессионного анализа [7], преобразования Грамма-Шмидта [8]. Большинство методов вызывают искажения сигнала ЭЭГ или требуют совместного анализа ЭЭГ с другими сигналами, которые не всегда могут быть записаны в ходе эксперимента.

Важной задачей является разработка методов фильтрации сигналов ЭЭГ, не искажающих их структуру и не требующих записи дополнительных физиологических сигналов. В настоящей работе предложен новый метод удаления артефактов на ЭЭГ, основанный на разложении по эмпирическим модам (ЭМ) [9].

Разложение сигнала по ЭМ является одним из современных методов частотно-временного анализа нелинейных нестационарных сигналов и позволяет представить исследуемый сигнал в виде набора амплитудно-модулированных компонент с нулевым средним – так называемых эмпирических мод. В разложении по ЭМ базисные функции определяются из самого сигнала, а их характеристики также напрямую зависят от исследуемого сигнала. Это свойство делает разложение по ЭМ высокоадаптивным инструментом анализа сигналов. Исследования показывают [10], что во многих случаях частотно-временной анализ и выделение конкретных осцилляторных паттернов (включая артефакты) могут быть сведены к анализу одной или нескольких ЭМ сигнала ЭЭГ.

Это свойство разложения по ЭМ позволяет локализовать артефакты на ЭЭГ в одной или нескольких модах. Данная процедура локализации артефактов на ЭЭГ была использована в качестве ключевого элемента при разработке нового метода фильтрации сигналов ЭЭГ.

Алгоритм предложенного метода содержит следующие этапы. На первом этапе алгоритма производится разложение сигнала ЭЭГ по ЭМ, а также определяется общее количество ЭМ. На втором этапе алгоритма среди рассматриваемых ЭМ производится поиск мод, содержащих артефакты. Для этого сравниваются вейвлет-спектры исходного сигнала ЭЭГ и ЭМ. Из исследований ЭЭГ известно, что большая часть физиологических артефактов обладает специфическими частотно-временными характеристиками, которые в совокупности создают характерный образ на вейвлет-спектре для каждого типа артефакта. В предложенном методе образы артефактов сначала определяются на вейвлетном спектре исходного сигнала ЭЭГ, а затем анализируются вейвлетные спектры каждой отдельной ЭМ. На третьем этапе алгоритма все ЭМ, на вейвлет-спектрах которых были обнаружены образы артефактов, удаляются из рассмотрения. На четвертом этапе производится восстановление сигнала ЭЭГ путем суммирования оставшихся ЭМ. Результатом работы предложенного метода является восстановленный сигнал ЭЭГ, на котором удалены физиологические артефакты.

Разработанный метод был протестирован на примере удаления физиологических артефактов различных типов с экспериментальных сигналов ЭЭГ человека. Сигналы ЭЭГ были записаны при помощи стандартной схемы расстановки электродов – международной системы “10-20”. Все эксперименты включали в себя стандартные физиологические пробы и были проведены для 15 здоровых мужчин и женщин в возрасте 18-40 лет.

Эффективность разработанного метода была продемонстрирована на примере удаления глазодвигательных артефактов с экспериментальной записи ЭЭГ человека продолжительностью 600 с с 95 артефактами амплитудой от 1 до 4 V. Критерием удаления артефакта было снижение его амплитуды после фильтрации до уровня средней амплитуды сигнала ЭЭГ (данном случае 0.6 V). В ходе фильтрации с записи ЭЭГ было удалено 88 артефактов, и точность разработанного метода составила ~ 92%. Кроме того, у артефактов, которые не были удалены полностью, была значительно снижена амплитуда (вплоть до 70% от исходной амплитуды), что также полезно для фильтрации сигнала ЭЭГ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 16-29-08221 офи_м), гранта Президента РФ (проект МК-3305.2017.2) и Министерства образования и науки РФ (проект 3.861.2017/ПЧ). Экспериментальные исследования метода удаления глазодвигательных артефактов были поддержаны грантом РНФ № 16-12-10100.

ЛИТЕРАТУРА

1. P.L. Nunez, R. Srinivasan “Electric fields of the brain: the neurophysics of EEG” Oxford University Press., 2006.
2. А.Е. Храмов et al. “Wavelets in Neuroscience” Heidelberg New York Dordrecht London, 2015.
3. А.Н. Павлов и др. // УФН. 2012. Т. 182. № 9. С. 905-939.
4. J.S. Ebersole, A.M. Husain, D.R. Nordli “Current Practice of Clinical Electroencephalography” Wolters Kluwer, 2014.
5. С. Zhang et al. // Biomed Res Int. 2015. P. 720450.
6. A.J. Bell, T.J. Sejnowski // Neural Comput. 1995. V. 7. N. 6. P. 1129.
7. G. Gratton // Instruments & Computers. 1998. V. 30. P. 44-53.
8. А.А. Короновский и др. Патент на изобретение RUS N 2560388 от 21.07.2015.
9. N.E. Huang et al. // Proc. R. Soc. A. 1998. V. 454. P. 903.
10. V.V. Grubov et al. // Proc. SPIE. 2015. V. 9448. P. 94481Q.

Исследование индуцированного шумом перемежающегося поведения в мультистабильных системах на примере модельных систем

М.О. Журавлев, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов
*Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского*
zhuravlevmo@gmail.com

Изучение явления мультистабильности является одной из фундаментальных физических задач, в первую очередь это связано с тем, что данное явление можно наблюдать почти во всех областях науки и техники, в том числе в электронике [1], оптике [2], механике [3] и биологии [4]. При этом, впервые термин «мультистабильность» был введен в работе, посвященной изучению зрительному восприятию [5]. Для диссипативных систем мультистабильность означает одновременное существование нескольких возможных конечных устойчивых состояний (аттракторов) при фиксированном наборе значений параметров системы. Устойчивое состояние, к которому стремится система, зависит от начальных условий, т.е. долгосрочная динамика системы, соответствующая одному из устойчивых состояний, определяется ее начальными условиями. При этом бассейны притяжения аттракторов мультистабильных систем могут иметь достаточно сложную геометрическую структуру, иногда даже фрактальную [6].

Следует отметить, что область сосуществования многих устойчивых состояний является критической, потому что малый шум или любое другое внешнее возмущение может приводить к переключению системы из одного устойчивого состояния в другое, что в свою очередь приводит к возникновению перемежающегося поведения, индуцированного шумом. Стоит подчеркнуть, что мультистабильные состояния являются вполне характерными для широкого круга реальных систем [5, 7]. При этом достаточно часто встречается ситуация, когда реальные системы подвержены влиянию шумов и флуктуаций, которые могут быть как неотъемлемой составляющей динамики изучаемых систем, так и обусловленными внешними воздействиями [8]. Таким образом, наличие мультистабильности в таких системах в сочетании с флуктуациями и шумами может приводить к тому, что мультистабильные системы могут стать метастабильными, поскольку шумы будут постоянно переводить систему из одного сосуществующего состояния в другое. Такое индуцированное шумом переключение между аттракторами будет приводить к возникновению перемежающегося поведения в реальных системах [10], причем такой тип поведения оказывается вполне типичным для мультистабильных систем [11].

Тем не менее, несмотря на значительный интерес со стороны исследователей к изучению мультистабильности и перемежаемости, в настоящий момент времени остается нерешенным вопрос, связанный с детальным пониманием процессов, происходящих в мультистабильных системах при воздействии на них шумов, и теоретическим описанием возникающего при этом перемежающегося поведения. В частности, в настоящий момент времени не существует общей теории, описывающей данный тип поведения.

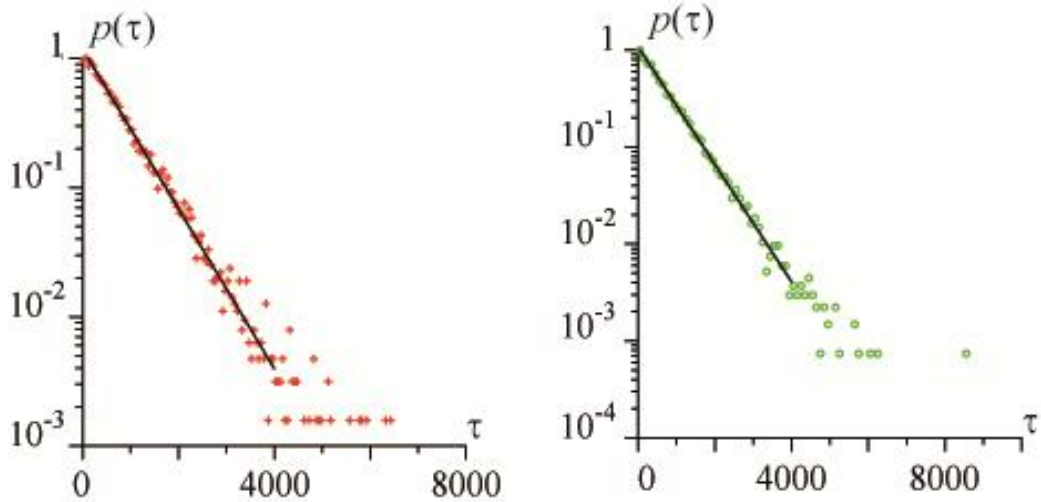


Рис. 1. Распределения длительности пребывания исследуемой модельной бистабильной системы вблизи устойчивых положений равновесия: при параметре $b = 0$ и амплитуде шума $D = 10$

Настоящая работа посвящена разработке общей теории, описывающей индуцированное шумом перемежающееся поведение в мультистабильных системах. В рамках данной работы предложенная теория прошла апробацию на примере нескольких двух модельных системы, демонстрирующих индуцированную шумом перемежаемость. Первой модельной системой является модельная бистабильная система, находящаяся под внешним шумовым воздействием, который в обобщенном виде можно записать следующим образом:

$$\dot{x} + \frac{dU(x)}{dx} + D\xi(t) = 0, \quad (1)$$

при этом потенциальная функция была задана следующей

$$U(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + bx, \quad (2)$$

ξ – случайный гауссов процесс с нулевым средним и единичной дисперсией, D – интенсивность шумового воздействия. Очевидно, что в этом случае, когда параметр b и D будут равны нулю, данный осциллятор будет иметь два устойчивых положения равновесия, при этом в зависимости от начальных условий система придет к одному из них и в дальнейшем не будет его покидать. Однако, при определенных значениях интенсивности шума можно будет наблюдать, что в системе будет происходить переход из одного устойчивого состояния в другое, то есть, в системе будет реализовываться перемежающееся поведение, индуцированное шумом. В рамках настоящей работы было проведено численное моделирование данной бистабильной системы, находящейся под внешним шумовым воздействием, были получены статистические характеристики данного типа перемежаемости (рис. 1), при этом они были сопоставлены с разработанной теорией и получено хорошее соответствие теории с численным экспериментом.

Следующим этапом в рамках настоящей работы стала апробация предложенной теорией, описывающей индуцированное шумом перемежающееся поведение в мультистабильных системах, на систему двух диссипативно связанных между собой логистических отображений, аналогично тому как это было сделано в работе [12]:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= \lambda - x_n^2 + k(x_n^2 + D(1 - \xi^2) - y_n^2) \\ y_{n+1} &= \lambda - y_n^2 + k(y_n^2 + D(1 - \xi^2) - x_n^2) \end{aligned} \quad (3)$$

ξ – белый шум, D – интенсивность шумового воздействия, λ – параметр нелинейности, k – параметр связи. При этом в работе [12] было показано, что данные логистические отображения при определенных значениях управляющих параметров могут находиться как в синфазном состоянии, так и в противофазном, что определяется начальными условиями. В том случае, если на данную систему будет оказываться шумовое воздействие будет происходить переключение между синфазным и противофазным состояниями отображений, таким образом возникнет индуцированная шумом перемежаемость. В дальнейшем было проведено численное моделирование системы двух диссипативно связанных между собой логистических отображений, при этом были получены статистические характеристики для индуцированной шумом перемежаемости (рис. 2), которые были сопоставлены с разработанной ранее теорией, при этом получено хорошее соответствие теории с численным результатами.

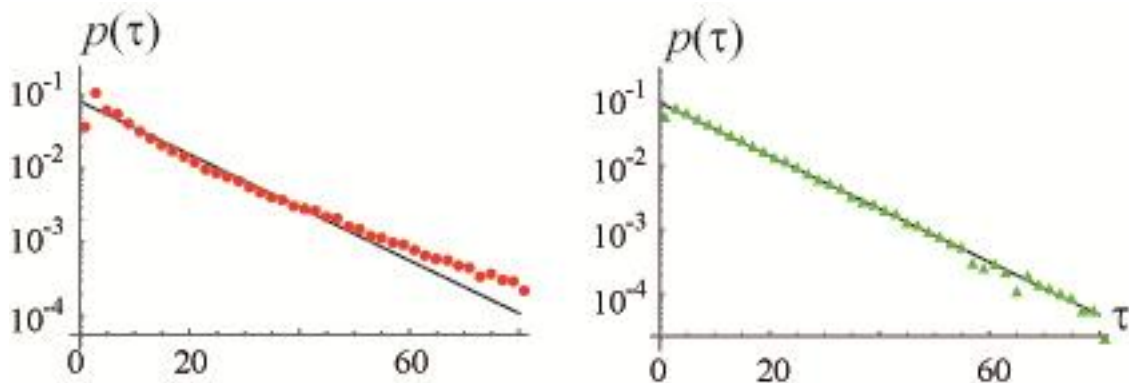


Рис. 2. Распределения длительности пребывания исследуемой системы двух диссипативно связанных между собой логистических отображений в синфазном и противофазном состоянии: при параметре $\lambda = 1.2$, $k = 0.04$ и амплитуде шума $D = 10$

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 16-32-60078).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Maurer, A. Libchaber, // J. Phys. Lett. (Paris) 1980. V. 41. P. 515–L518.
2. E. Brun, et. al. // Opt. Soc. Amer. 1985. B. 2 P. 156–167.
3. J.M.T. Thompson, H.B. Stewart, Nonlinear Dynamics and Chaos, Wiley, Chichester, 1986.
4. J. Foss, et. al. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76 P. 708–711.
5. F. Atteneave, // Sci. Am. 1971 V. 225 P. 63–71.
6. C. Grebogi, et. al. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. № 13. P. 935-938.
7. F.C. Moon, G.-X. Li // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. № 14. P. 1439-1442.
8. F.T. Arecchi, et. al. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49 P. 1217–1220.
9. A. Neiman, D.F. Russell // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88 P. 138103.
10. M. Kuno, et. al. // J. Chem. Phys., 2000. V. 112 P. 3117.
11. I. Siddiqi, et. al. // Phys. Rev. Lett., 2005. V. 94 P. 027005.
12. В.В. Астахов // Письма ЖТФ, 1989. Т. 15, В. 3, С. 60.

Исследование перемежающегося поведения, возникающего в гипоталамусе грызунов

М.О. Журавлев, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского»
zhuravlevmo@gmail.com

В последнее время все больше внимания со стороны исследователей уделяется изучению перемежающегося поведения [1–4]. В первую очередь такой интерес обусловлен тем, что наличие перемежаемости является характерным для многих модельных нелинейных систем, а также для реальных систем. Необходимо отметить, что в исследованиях данного типа поведения большую роль играют статистические характеристики перемежающегося поведения, такие как распределение длительностей ламинарных и турбулентных фаз в зависимости от управляющих параметров изучаемой системы, зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности, так как они позволяют определить, какой тип перемежающегося поведения реализуется в исследуемой системе. Тем не менее, при изучении реальных систем не всегда существует возможность получить на основе уже имеющихся данных необходимые статистические характеристики перемежающегося поведения, для того чтобы определить какой тип перемежаемости реализуется в данном случае. Стоит отметить, что такая ситуация является вполне типичной для реальных систем, что в свою очередь значительно осложняет понимание процессов, реализующихся в этих системах с фундаментальной точки зрения. Таким образом, в настоящий момент времени существует острая необходимость в создании новой методики, позволяющей на основе достаточно коротких временных реализаций определять тип перемежающегося поведения, которое реализуется в исходной системе. В рамках настоящей работы предложена новая методика для определения типа перемежающегося поведения в исследуемой системе на основе распределения разности фаз между сигналами, аналогично тому как это сделано в работе [5]. При этом, апробацию предложенная методика определения типа перемежающегося поведения прошла на примере данных электрической активности мозга грызунов, находящихся в состоянии покоя (под воздействием общей анестезии).

Необходимо отметить, что исследования, направленные на изучение активности головного мозга [6, 7], с каждым новым годом уделяется все больше внимания со стороны исследователей. В первую очередь такой интерес связан с желанием исследователей понять фундаментальные принципы функционирования головного мозга, а также с возможностью дальнейшего применения полученных знаний для создания интерфейса мозг-машина. При этом необходимо отметить, что над решением этой сложнейшей междисциплинарной задачи в настоящее время работают многочисленные научные коллективы, а также частные компании (например, Google и Honda). Однако, для того чтобы реализовать столь амбициозные задачи необходимо понимание всех процессов, возникающих в головном мозге при решении различного рода задач, с фундаментальных позиций. Одним из многочисленных направлений в изучении активности головного мозга является задача, связанная с изучением процессов, возникающих при когнитивном поведении живого субъекта в реальном мире. В настоящее время известно, что в мозге млекопитающих эта функция контролируется нейронной активностью в гипоталамусе. Таким образом, задача связанная с изучением осцилляторной активности нейронных ансамблей в

гипоталамусе с использованием фундаментальных подходов нелинейной динамики, также представляет значительный интерес.

Как уже было отмечено ранее, в рамках настоящей работы в качестве объекта для апробации методики определения типа перемежающегося поведения выступали грызуны, находящиеся в состоянии покоя (под воздействием общей анестезии). В ходе проведенных исследований была рассмотрена электрическая активность, наблюдающаяся в правом и левом гиппокампах крыс, с использованием непрерывного вейвлетного преобразования с комплексными базисами [8, 9]:

$$W(s, t_0) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t - t_0}{s} \right) dt, \quad (1)$$

с материнским вейвлетом Морле

$$\psi(\eta) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \exp(j\Omega_0 \eta) \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right). \quad (2)$$

Далее было проведено исследование перемежающейся синхронизации колебаний в путях Шаффера, в ходе которого был использован подход для введения мгновенных фаз, основанный на ранее предложенных методах анализа синхронизации на различных временных масштабах [10, 11]. При этом, отличительной особенностью данного метода является то, что мгновенная фаза для исследуемого сигнала вводится не на фиксированном временном масштабе наблюдения, а на «плавающем». При этом, было показано, что разница мгновенных фаз, соответствующая активности локальных полевых потенциалов генераторов в правой и левой части гиппокампа, демонстрирует перемежающееся поведение, то есть существуют наиболее типичные участки (ламинарная фаза), где разница мгновенных фаз близка к нулю, а также существуют участки, которые встречаются значительно реже (турбулентная фаза), где разница мгновенных фаз значительно больше нуля. Далее с использованием методики основанной на оценке вида распределения разности мгновенных фаз сигналов был определен тип перемежающегося поведения в данной системе. Также, тип перемежающегося поведения в данной системе был определен на основе статистических характеристик, при этом получено полное соответствие между традиционной методикой определения типа перемежаемости и разработанной методикой.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-32-00181) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (проект МК-4574.2016.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. О.И. Москаленко // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. В. 19. С. 72–79.
2. А.Е. Hramov, et. al. // Phys. Rev. E. 2007. V. 76. N 2. P. 026206.
3. A. Pikovsky, et. al. // Phys. Rev. E. 1997. V. 79. P. 47.
4. A. Pikovsky, et. al. // Chaos. 1997. V. 7. P. 680–687.
5. О.И. Москаленко, и др. // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. В. 8. С. 606–610
6. G. Buzsaki, A. Draguhn // Science. 2004. V. 304. P. 1926
7. М.И. Рабинович, М.К. Мюезинолу // Успехи физ. наук. 2010. Т. 180. С. 371
8. А.А. Короновский, А.Е. Храмов “Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения” М.: Физматлит, 2003
9. B. Torresani, Continuous Wavelet Transform, Savoie, Paris, 1995
10. М.О. Zhuravlev, et. al. // Phys. Rev. E. 2011. V. 83, P. 027201
11. М.О. Журавлев, и др. // Вестник ННГУ. 2013. В. 1, № 3, С. 196-200.

Анализ нормальных мод древовидных систем нелинейных осцилляторов

О.С. Каткова¹, А.Р. Сафин¹, М.В. Капранов¹, Е. Суровяткина^{2,3}, J. Kurths³

¹Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия

²Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

³Potsdam Institute for Climate Impact Research, Potsdam, Germany

arnellemorte@gmail.com

1. Введение

Динамика взаимосвязанных объектов в составе сложных иерархических систем является важным объектом исследования для теоретических и практических применений [1]-[2]. В последние годы достигнут значительный прогресс в изучении явлений синхронизации (в частности, фазовая синхронизация [3]-[4]) нелинейных осцилляторов в сети низкой размерности (граф «smallworldnetwork»). Существующие в современной физике и технике проблемы сложно описывать сетями подобного рода, так как это требует проведения громоздких численных расчётов. Указанная трудность привела к активному развитию теории сетей в последние десять лет [5]-[9].

Фундаментальный вклад в развитие науки о коллективной синхронизации был принесён Курамото [10]. Он предложил модель для описания поведения связанных нелинейных фазовых осцилляторов. Для больших сетей осцилляторов классическая задача синхронизации становится труднее и интереснее вследствие усложнения описывающих поведение осцилляторов с малым параметром нелинейности уравнений для медленно меняющихся амплитуд. В данной работе показано более широкое обобщение, полезное для сетей в теории нелинейных волн [11], [12]. В соответствии с [13] такой формализм будем называть квази-гамильтоновым.

В работе предлагается новый математический аппарат – квази-гамильтонов формализм, позволяющий описывать сети слабо диссипативных неизохронных осцилляторов, динамикой амплитуды для которых нельзя пренебречь, с ультраметрической [14], [15] топологией (древовидные системы). Показана фрактальная структура спектра нормальных мод.

2. Математическая модель

Математическая модель должна описывать нелинейные характеристики системы взаимосвязанных неидентичных и неизохронных осцилляторов, составляющих m -мерную древовидную структуру. Для этого удобно использовать квази-гамильтоново приближение, в частности, для записи укороченных уравнений. Квази-гамильтоновы уравнения с N степенями свободы описывается координатами $q_1 \dots q_N$ и импульсами $p_1 \dots p_N$. Они удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_j} + G_{1j}; \quad \frac{dp_j}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_j} + G_{2j}, \quad (1)$$

где $G_{1,2j}$ – функции диссипации, H – гамильтониан системы. Если $G_{1,2j} = 0$, (1) представляет собой простую гамильтонову форму уравнений. Далее совершается переход к переменным $Q_j = \alpha_j q_j, P_j = p_j / \sqrt{2}$, где α_j – безразмерные константы, Q_j и P_j имеют одинаковую размерность. После введения комплексных переменных

$$b_j = (Q_j + iP_j) / \sqrt{2}, \quad b_j^* = (Q_j - iP_j) / \sqrt{2}, \quad (2)$$

и перехода к следующей форме записи гамильтониана (здесь $X_j = \{P_j, Q_j\}$)

$$\frac{\partial H}{\partial X_j} = \frac{\partial H}{\partial b_j} \cdot \frac{\partial b_j}{\partial X_j} + \frac{\partial H}{\partial b_j^*} \cdot \frac{\partial b_j^*}{\partial X_j}, \quad (3)$$

после подстановки (2)-(3) в (1) получены уравнения движения в виде

$$\frac{\partial b_j}{\partial t} = -i \frac{\partial H}{\partial b_j^*} + F_j; \quad \frac{\partial b_j^*}{\partial t} = i \frac{\partial H}{\partial b_j} + F_j^*. \quad (4)$$

Здесь $F_j = (\alpha_j G_{1j} + i G_{2j}/a_j)\sqrt{2}$; в системе (4) второе уравнение может быть выражено через первое операцией комплексного сопряжения. Допустим переход от канонических переменных (b_j, b_j^*) к новым переменным. Возможность выбора различных канонических переменных, обусловленная равноправностью координат и импульсов как независимых переменных в уравнениях Гамильтона, даёт возможности для обобщений.

Полагая b_j, b_j^* величинами малого порядка, можно разложить функцию $H(b_j, b_j^*)$ в степенной ряд. Нулевой член ряда (константа) опускается, первый член ряда равен нулю. Таким образом, выражение для H принимает вид

$$H = H_2 + H_3 + H_4 \dots \quad (5)$$

Можно записать уравнение гамильтониана для топологии ансамбля:

$$H_2 = \sum_{l,k=1}^N \{A_{lk} b_l b_k^* + 0.5 \cdot (B_{lk}^* b_l b_k + B_{lk} b_l^* b_k^*)\}. \quad (6)$$

Гамильтониан (6) можно диагонализировать линейным uv -преобразованием

$$c_j = \sum_{m=1}^N \{u_{jm} b_m + v_{jm} b_m^*\}. \quad (7)$$

После введения специальных матриц u_{jm}, v_{jm} в (7) гамильтониан (6) принимает вид

$$H_2 = \sum_{j=1}^N \omega_j c_j c_j^* + \sum_{k,m=1, k \neq m}^N \Omega_{km} c_k c_m^*. \quad (8)$$

Здесь Ω_{km} – матрица линейных связей осцилляторов ансамбля. Приведённое выражение для H_2 будет использовано для расчёта мод колебаний осцилляторов. Если осцилляторы не синхронизированы, то H_3 можно представить в простой форме:

$$H_3 = \sum_{j=1}^N N_j c_j c_j^* c_j. \quad (9)$$

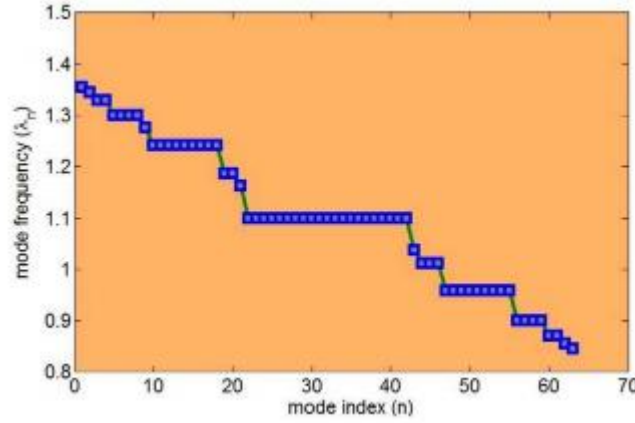


Рис.1. Структура нормальных мод древовидной системы взаимосвязанных осцилляторов: частота нормальной моды λ_j как функция номера моды n .

После подстановки (7)-(9) в (4) уравнение движения преобразуется к виду

$$\frac{\partial c_j}{\partial t} = -i\omega_j c_j - i \sum_{k=1}^N \Omega_{jk} c_k - iN_j |c_j|^2 + Y_j, \quad (10)$$

где $Y_j = \sum_{m=1}^N u_{jm} F_m + v_{jm} F_m^*$. Для некоторых типов осцилляторов (ван дер Поля, нелинейного маятника, спинового осциллятора и т.д.) представляется возможным записать Y_j в простой форме

$$Y_j(x) = Y_{j,-}(x) - Y_{j,+}(x). \quad (11)$$

Здесь $x = |c_j|^2$ – общая мощность комплексной переменной величины c_j , $Y_{j,+}$ – функция, характеризующая гильбертово затухание или положительное сопротивление в схеме ван дер Поля, $Y_{j,-}$ – функция, связанная с эффектом спинового токопереноса или с отрицательным сопротивлением в схеме ван дер Поля. Если величина x мала, то функцию $Y_{+,-}$ можно представить в виде степенного ряда.

Для анализа мод одинаковых нелинейных осцилляторов в древовидной системе сначала рассчитываются нормальные моды ансамбля. Невозмущённое уравнение (10) для c_j^{\sim}

$$\frac{\partial c_j^{\sim}}{\partial t} = -i\omega_j c_j^{\sim} - i \sum_{k=1}^N \Omega_{jk} c_k^{\sim}, \quad (12)$$

или для $\vec{c} = [c_1^{\sim}, \dots, c_N^{\sim}]^T$ в векторной форме

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = -i \cdot \Xi \cdot \vec{c}, \quad (13)$$

где Ξ – матрица связей. Уравнения (12) и (13) можно привести к каноническому виду, используя линейное преобразование матрицы $\vec{c} = T \cdot \vec{a}$, $\vec{a} = [a_1, \dots, a_N]^T$:

$$\frac{\partial \vec{a}}{\partial t} = -i \cdot (T^{(-1)} \cdot \Xi \cdot T) \cdot \vec{a}. \quad (14)$$

Для нормальных мод λ_j

$$T^{(-1)} \cdot \Xi \cdot T = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_N]. \quad (15)$$

Из выражений (15) и (16) можно записать

$$c_j \sim = \sum_{m=1}^N t_{jm} a_m. \quad (16)$$

Так, невозмущённое решение a_j может быть выражено следующим образом (здесь A_j, Φ_j – константы):

$$a_j = U_j \cdot e^{-i\lambda_j - i\phi_j}. \quad (17)$$

Для малых коэффициентов $N_j, Y_{j,+,-}$, если полагать, что U_m и ϕ_m – медленно меняющиеся функции времени, то динамика $U_m = U_m(t)$ и $\phi_m = \phi_m(t)$ может быть представлена укороченными уравнениями. Для 2-адической древовидной системы обнаружена фрактальная структура спектра нормальных мод, похожая на «чёртову лестницу» (рис.1). Используя численные расчёты и исследование устойчивости с помощью укороченных уравнений, можно показать, что область существования режимов частичной синхронизации устойчива для широкого диапазона параметров.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента для молодых кандидатов наук № МК-7026.2016.8.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Pikovsky, M. Rosenblum and J. Kurths // Cambridge University Press, 2003.
2. G. Osipov, J. Kurths, C. Zhou, // Springer , (2007).
3. F. Dorfler, F. Bullo // Automatica , Vol.50, No.6, P.1539-1564, 2014.
4. X. Wang // International Journal of Bifurcation and Chaos , Vol.12, No.5, P.885-916, 2002.
5. A. Safin, N. Udalov, M. Kapranov // Eur. Phys. Journ. Appl. Phys. , Vol.67, P.20601, 2014.
6. P. Tass, H. Haken // Z. Phys. B, Vol.100, P.303-320, 1996.
7. L. Yakushevich, A. Savin, L. Manevitch // Phys. Rev.E , Vol.66, P.016614, 2002.
8. M. Rabinovich, M. Muezzinoglu, // Phys. Usp., Vol.53, P.357-372, 2010.
9. P. Menck, J. Heitzig, J. Kurths, and H. Schellnhuber, // Nat.comm., Vol.5, P.3969, 2014.
10. Y. Kuramoto // Springer, Berlin , 1984.
11. V. Lvov // Science, Moscow , 1987 [In Russian].
12. M. Kapranov, V. Kuleshov, G. Utkin // Science, Moscow, 1984 [In Russian].
13. D. Witthaut, M. Timme // Phys. Rev. E. , Vol.90, P.032917, 2014.
14. R. Rammal, G. Toulouse and M. Virasoro, // Rev. of Mod.Phys., Vol.58, No.3, P.765–788, 1986.
15. T. Nakayama, K. Yakubo, R. Orbach // Rev. of Moder. Phys., Vol.66, No.2, P.381-443, 1994.

Динамика многослойной адаптивной сети с кооперативным взаимодействием между слоями

Д.В. Кирсанов, В.В. Макаров, М.В. Горемыко, В.О. Недайвозов, А.Е. Храмов
Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
dankirsdot@gmail.com

Теория сложных сетей представляет собой эффективный инструмент исследования множества процессов, происходящих как на макроуровне — в сетях городов и популяций [1] и социальных системах [2,3], так и на микроуровне — в биологических сетях [4], и нейронных ансамблях [5]. Многие реально существующие физические, социальные, биологические и инфраструктурные системы состоят из нескольких частей, взаимодействующих с друг с другом. Выявление принципов взаимодействия между отдельными адаптивными сетями, таких как кооперация и конкуренция, а также, изучение обратной связи между эволюцией структуры и динамикой адаптивных сетей, представляется важной задачей, исследование которой позволит получить более целостное представление о процессах, протекающих в реальных системах [6,7].

В качестве такой системы, состоящей из взаимодействующих подсетей может быть рассмотрена многослойная сеть (multiplex network) [8] динамических элементов, слои которой содержат идентичный набор узлов, но имеют различную топологию связей. В настоящей работе исследуется структура и динамика многослойной адаптивной сети фазовых осцилляторов, структура слоев которой имеет обратную связь с динамикой элементов и эволюционирует согласно принципам аддитивности [9] и гомеостаза [10]. Взаимодействие между слоями исследуемой модели происходит по принципам конкуренции, приводящей к динамическому перераспределению связей внутри каждого слоя.

Исследуемая система состоит из двух слоев, каждый из которых содержит $N=300$ узлов, динамика которых описывается с помощью известной модели Курамото [11], являющейся признанным инструментом исследования всевозможных форм коллективной динамики [12,13]. Динамическое состояние i -го узла, принадлежащего слою l , определяется соотношением

$$\dot{\varphi}_i = \omega_i + \lambda \sum_j w_{ij}^l \sin(\varphi_i - \varphi_j) \quad (1)$$

где ω_i - заданные случайным образом натуральные частоты в диапазоне $[-\pi; \pi]$, w_{ij}^l - вес связи соединяющей узлы j и i в пределах слоя l , λ - сила связи. Изначально фазы взаимодействующих элементов заданы случайно в диапазоне $[-\pi; \pi]$ на каждом слое. Веса связей также заданы случайно в пределах каждого слоя, кроме того, выполняется соотношение

$$\sum_{j \neq i} w_{ij}^l = 1 \quad (2)$$

означающее постоянство и идентичность суммарной входящей связи каждого элемента внутри слоя с течением времени, что отражает свойство гомеостазиса в исследуемой системе. Вес связи, соединяющей узлы i и j , принадлежащих слою l , изменяется согласно следующему закону

$$\dot{\omega}_{ij}^l = p_{ij}^l - \left(\sum_{k \in N_i^l} p_{ik}^l \right) w_{ij}^l - \left(\sum_{k \neq l} p_{ij}^k \right) w_{ij}^l \quad (3)$$

где величина p_{ij}^l , зависящая от времени, определяется соотношением

$$p_{ij}^l = \frac{1}{T} \left| \int_{-\infty}^t e^{\left(\frac{t-t'}{T}\right)} e^{i[\phi_i^l(t') - \phi_j^l(t')]} dt' \right|_{ij}^l \quad (4)$$

и является мерой синхронизации между осцилляторами i и j на слое l за характеристическое время адаптации T . Таким образом, большие значения p_{ij}^l приводят к увеличению веса связи между соответствующими элементами. Совместно с величиной p_{ij}^l , второе слагаемое уравнения (3) описывает адаптивное взаимодействие между элементами внутри слоев, тогда как третье представляет собой конкуренцию слоев за оптимальную топологию.

Численный анализ динамики процессов конкуренции и синхронизации разработанной модели при изменении управляющих параметров — времени адаптации T и силы связи λ , позволяет сделать следующие выводы. В режимах глобальной синхронной динамики сеть характеризуется идентичной топологией взаимодействующих слоев и однородным распределением связей внутри каждого слоя. Наряду с этим, режимы частичной и кластерной синхронизации приводят к появлению внутри слоев топологий, характеризующихся свойством свободного масштабирования и уникальных для каждого слоя. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что развитие математических моделей динамических сетей на основе принципов, реализующихся в реальных системах, таких как гомеостазис и конкуренция, дают возможность получить структуры сети, близкие к существующим в природе, и лучше понять принципы такой коллективной организации.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 15-02-00624).

ЛИТЕРАТУРА

1. J.P. Onnela et al. // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 2007. V. 104. P. 7332.
2. J. Stehlé et al. // Phys. Rev. E. 2010. V. 81. No 3. P. 035101.
3. G. Robins et. al. // Social Networks. 2007. V. 29. P. 192
4. M. Valencia, M.A. Pastor, V.A. Fernandez-Seara // Phys. Rev. E. 2008.V. 77. No 5. P. 050905.
5. P.J. Ulhaas // Frontiers Neurosc. 2009. V. 3. P. 17.
6. A. Van Ooyen // Computation in Neural Systems. 2001. V. 12. P. R1.
7. J. Scott // Sociology. 1988. V. 22. P. 109.
8. V.V. Makarov et al. // Chaos, Solitons & Fractals. 2016. V. 84. P. 23.
9. M. McPherson, L. Smith-Lovin, J.M. Cook // Ann. Rev. Sociol. 2001. V. 27. P. 415.
10. R. Gutiérrez et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 234103
11. Y. Kuramoto // Lect. Notes in Phys. 1975. V. 30. P. 420.
12. S. Boccaletti et al. // Phys. Rep. 2006. V. 424. P. 175.
13. S. Assenza et al. // Sci. Rep. 2011. V. 1. P. 99.

Оценка степени перемежающейся фазовой синхронизации по временным рядам: модельные системы и реальные нейрофизиологические данные

А.Д. Колоскова

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»
kolosk-nastya@yandex.ru

В модельных и реальных системах часто встречается такое явление как перемежающаяся фазовая хаотическая синхронизация [1]. Такой тип поведения наблюдается, например, в неавтономных периодических осцилляторах, находящихся под внешним шумовым воздействием, а также в нейрофизиологических системах – при развитии эпилептической активности у человека и животных.

Существует множество методов для анализа перемежающегося поведения как в случае заданного оператора эволюции системы, так и без него [2-4]. Однако, каждый из них обладает своими недостатками, в первую очередь высокой чувствительностью к шумам и ошибкам. Следовательно, необходимо разрабатывать новые алгоритмы для преодоления данной проблемы.

В представленной работе демонстрируется новый метод для оценки степени перемежающейся фазовой синхронизации на основе расчета условного нулевого показателя Ляпунова взаимодействующих систем по временному ряду, апробированный на модельной системе с дискретным временем. Метод применен также к сигналам электроэнцефалограмм лабораторных животных и людей, страдающих эпилепсией.

В качестве модельной системы используется квадратичное отображение [5]:

$$x_{n+1} = x_n + \Omega * x_n^2 - \varepsilon + \xi_n, \quad (1)$$

где Ω, ε - управляющие параметры, ξ_n – шум (гауссовский шум с математическим ожиданием $\langle \xi_n \rangle = 0$, $\langle \xi_n \xi_m \rangle = D\delta(n - m)$). Расчетная формула для условного нулевого показателя Ляпунова выглядит следующим образом:

$$\Lambda_0(\varepsilon) = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) \ln|1 + 2\Omega x| dx, \quad (2)$$

где плотность распределения вероятностей определяется выражением:

$$\rho(x) = A * \exp \left[-\frac{2}{D} * \left(\varepsilon x - \frac{\Omega x^3}{3} \right) \right], \quad x \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{\Omega}}, \quad (3)$$

A - коэффициент нормировки. Захват фаз происходит, когда все значения x_n находятся вблизи неподвижной точки

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\Omega}}. \quad (4)$$

Расчет условного нулевого показателя Ляпунова осуществляется в несколько этапов:

1. Вычисление данных $\varphi_{n+1} = f(\varphi_n)$ взаимодействующих систем, находящихся в режиме фазовой синхронизации, в различные моменты времени.

2. Построение полученных значений на итерационной плоскости и аппроксимация точек графика полиномом $a_0 + a_1 * x + a_2 * x^2$ (a_0 -отрицательное, $a_1 \approx 1$) для линейной трансформации данных (на графике получим прямую).

3. Вычисление плотности вероятности $\rho(x)$ по полученным данным x .
4. Нахождение параметров Ω, D, ε и коэффициента A с учетом условия нормировки.
5. Вычисление нулевого условного показателя Ляпунова, соответствующего захвату фаз, по формуле (2).

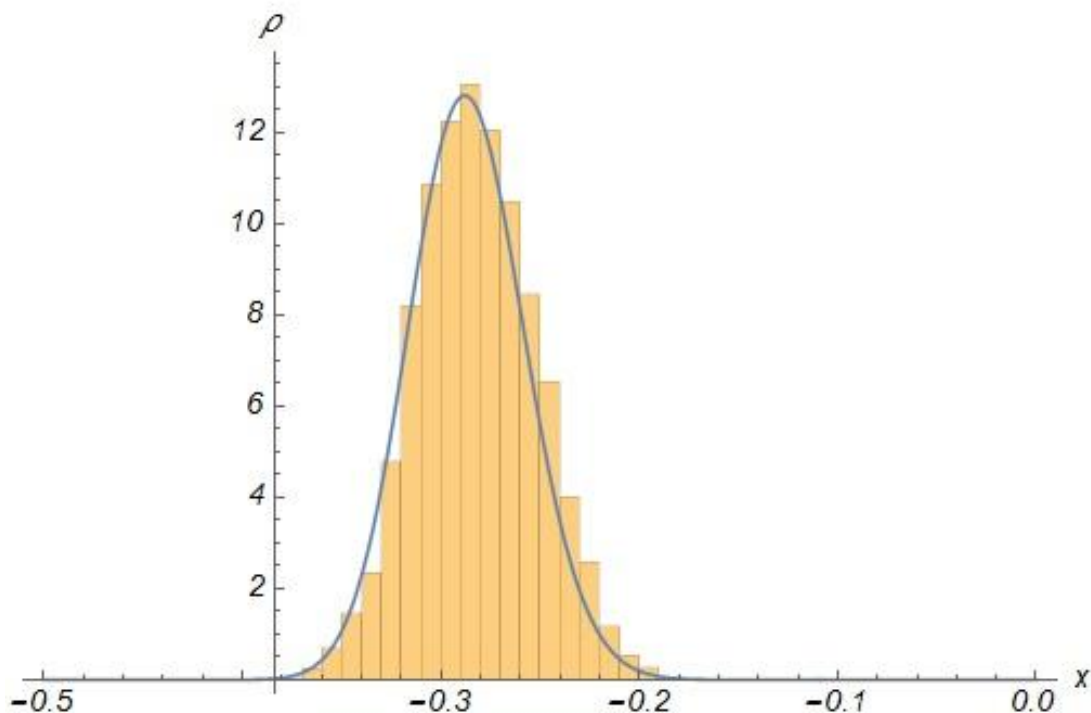


Рис. 1 Распределение плотности вероятности $\rho(x)$, полученное для квадратичного отображения (гистограмма) и его аппроксимация закономерностью (3)

Найденный данным способом показатель Ляпунова $\Lambda = -0.0572$ с хорошей точностью совпадает с показателем, рассчитанным по стандартной формуле для одномерных отображений $\Lambda = -0.057707$.

В случае, когда корректная оценка шума невозможна, необходимо провести дополнительные действия. Как видно из рисунка 1, рассматриваемое распределение плотности вероятности $\rho(x)$ визуально напоминает гауссово распределение плотности вероятности, которое в упрощенном виде можно записать как:

$$\rho_G(x) = A_G \text{Exp}[-2 * B * (x - K)^2], \quad (5)$$

где K и B – аналоги математического ожидания и дисперсии, A_G – нормировочный множитель. Параметр K соответствует максимуму распределения (5), а следовательно, оказывается связанным с параметрами Ω, ε распределения (3) следующим образом:

$$K = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\Omega}} \quad (6)$$

Раскладывая правые части (3) и (5) в ряд Тейлора в точке (4), ограничившись вторым порядком малости, и сравнивая коэффициенты произведенных разложений при равных степенях, можно найти связь между параметрами B и D :

$$D = \frac{\sqrt{\varepsilon\Omega}}{B}. \quad (7)$$

Поиск параметров аппроксимации (5) осуществляется также, как и в случае распределения (3). Параметры A_G и K находятся из сопоставления максимумов численно полученного распределения вероятности и его аппроксимации закономерностью (5). Параметр B находится при помощи метода наименьших квадратов. Тогда связь между параметрами D , ε и Ω по соотношению (7) становится известной и далее можно применять уже известный алгоритм.

Описанный метод был применен к участкам сигналов электроэнцефалограмм человека, страдающего эпилепсией, на которых наблюдается синхронное поведение во время фоновой активности головного мозга и в течение пик-волновых разрядов.

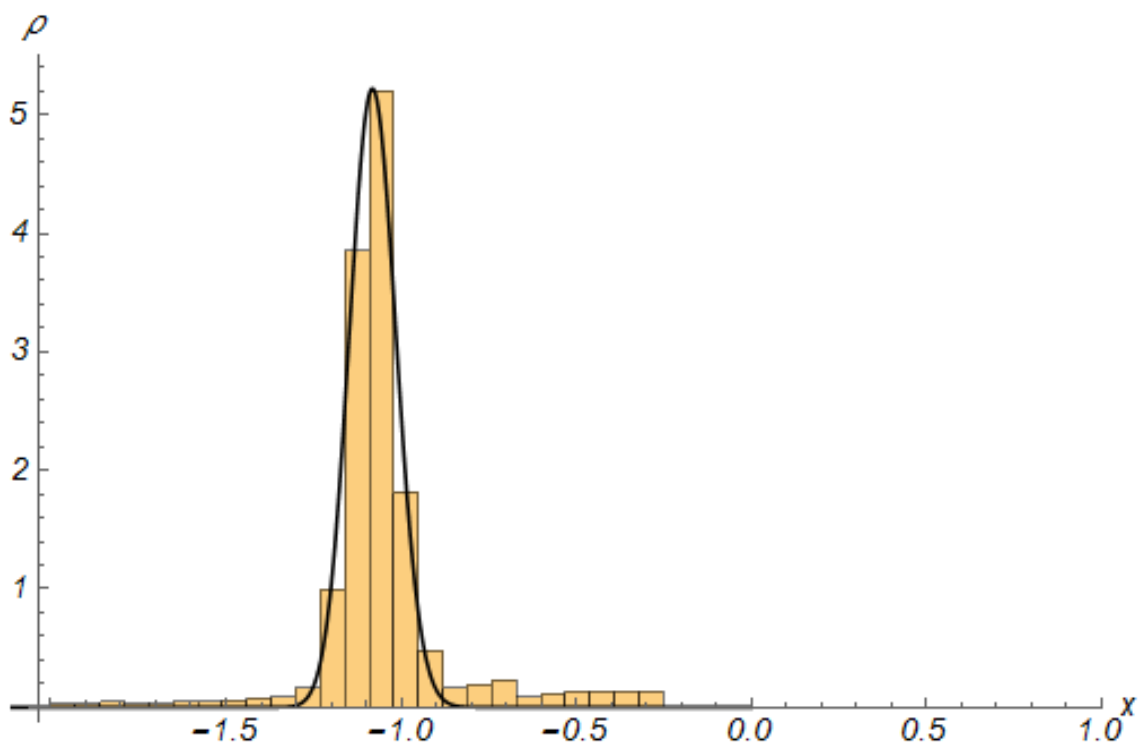


Рис.2 Распределение плотности вероятности $\rho(x)$, полученное для пик-волновых разрядов (гистограмма), и его аппроксимация закономерностью (3) для двух каналов, снятых с головного мозга человека

Эпилептические ЭЭГ представляют собой прерывистый временной ряд, содержащий фазы синхронного (ламинарного) и асинхронного (турбулентного) поведения. Известно, что ламинарные фазы соответствуют эпилептическим припадкам (пик-волновые разряды), тогда как турбулентные являются проявлениями фоновой активности головного мозга [6]. Известно, что пик-волновые разряды характеризуются высокой степенью синхронизма [7].

При помощи непрерывного вейвлетного преобразования[8]:

$$W(s, t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^*\left(\frac{t-t_0}{s}\right) dt, \quad (9)$$

с материнским вейвлетом Морле ($\Omega_0=2\pi$)

$$\psi^*(\eta) = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{\pi}}\right) \exp(j\Omega_0\eta) \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) \quad (10)$$

фаза вводится как

$$\varphi(s, t) = \arg W(s, t), \Delta\varphi(t) = \varphi_1(s_{max}, t) - \varphi_2(s_{max}, t), \quad (11)$$

где s_{max} - временной масштаб, соответствующий максимуму плотности распределения энергии $|W(s, t)|^2$.

В результате проведенных расчетов параметры Ω и D совпали для обоих видов активности головного мозга. Показатели Ляпунова в обоих случаях оказались отрицательными, а их отношение друг к другу получилось равным $\frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \approx 1.11854$, что говорит о более высокой степени синхронизма пик-волновых разрядов по сравнению с участками фоновой активности головного мозга человека.

Аналогичным способом были проанализированы электроэнцефалограммы крыс линии WAG/Rij. Установлено, что метод остается работоспособным и в данном случае.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых ученых (проект МК-4574.2016.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Manneville, Y. Pomeau // *Physica D* 1 (2) (1980) 167–241.
2. А.Е. Hramov, А.А. Koronovskii, V.A. Maximenko, O.I. Moskalenko // *Physics of Plasmas*. 19 (8) (2012) 082302
3. С.П. Кузнецов “Динамический хаос” М.: Физматлит, 2001
4. А.А. Koronovskii, А.Е. Hramov, V.A. Maksimenko, O.I. Moskalenko, K.N. Alekseev, M.T. Greenaway, T.M. Fromhold, A.G. Balanov // *Phys. Rev. B*. 88, (2013) 165304
5. O.I. Moskalenko, А.А. Koronovskii, А.Е. Hramov // *Phys. Rev. E*. 92, (2015) 012913
6. А.Е. Hramov, А.А. Koronovskii, V.A. Makarov, A.N. Pavlov and E. Sitnikova // *Springer Series in Synergetics*, Springer, Heidelberg, New York, Dordrecht, London (2015).
7. E. Sitnikova, А.Е. Hramov, V.V. Grubov, А.А. Ovchinnikov, А.А. Koronovsky // *Brain Research* 1436, 147 (2012)
8. А.Е. Hramov, А.А. Koronovskii // *CHAOS*. 14, 3 (2004) 603-610.

Волны, микроволны, автоволны в эконофизике

М.Е. Мазуров

Российский Экономический университет

mazurov37@mail.ru

Волны протекают в различных средах, в конкретной среде волны отличаются своими характеристиками, влияющими на их свойства и возможности приложений. Известны волны: электромагнитные, механические, биологические, химические, экономические и другие. Наиболее изучены электромагнитные волны. Свойства волн, как правило, значительно отличаются в зависимости от их параметров. Эти различия для электромагнитных волн иллюстрируются рис.1

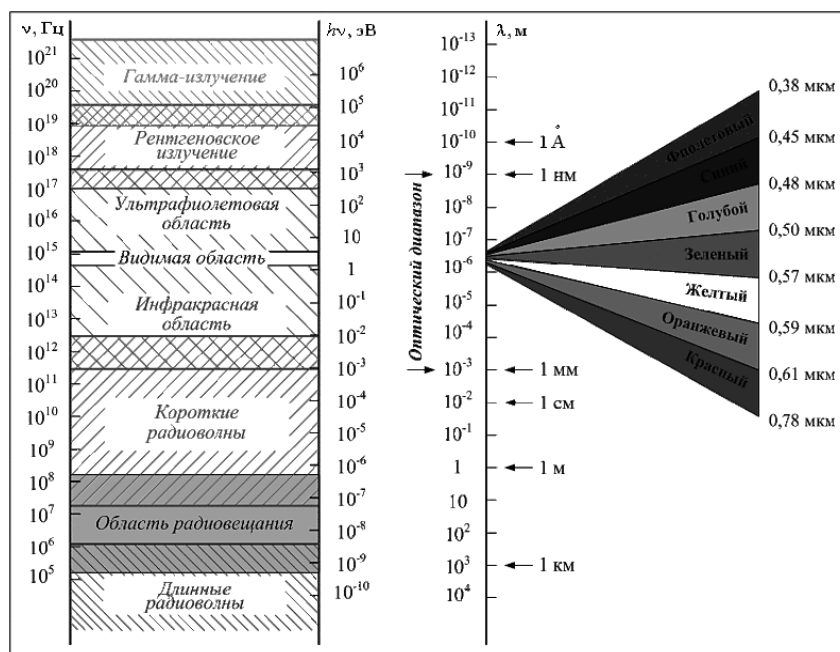


Рис.1. Шкала электромагнитных волн

Активные среды - источник волн

Для существования волн любого типа необходимы три основных условия: 1). Источник волн – автоколебательная система; 2). Среда для распространения; 3). Приемник волн. То есть необходим генератор колебаний, среда, связывающая генератор с приемником. Среда может быть линейной и нелинейной активной средой, в которой волны могут возникать самостоятельно. Общим свойством генератора волн и активной среды является наличие N-образной характеристики элементов или отрицательного сопротивления. В зависимости о положения точки равновесия возможны режимы: генерация импульса, периодической активности - волны, наличие нескольких устойчивых состояний равновесия [1].

Начало исследованию волновых экономических процессов положено в работах профессора МГУ В.А. Твердислова [2,3]. Активная среда характеризуется распределенным в пространстве запасом энергии, ей свойственно формирование режимов: автоколебательных или потенциально-автоколебательных, автоволновых диссипативных структур или сложных хаотических режимов. Математические модели активных сред и механизм их создания описаны в работе [4].

Если рассматривать в качестве локальных процессов процессы добычи и переработки сырья (промышленное и сельскохозяйственное производство), торговую

деятельность, в качестве процессов переноса - материальные потоки (перераспределение ресурсов в виде транспортных перевозок сырья и продуктов, миграции), информационные (власть, финансы), то экономическая среда, социальная система может быть названа активной средой, где могут появляться структурно разделенные зоны, контролируемые «водителями ритма».

Для описания волновых процессов в активных средах в настоящее время принято рассматривать системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа [1,4]

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = F_i(E_1, \dots, E_n) + D_i \Delta E_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1)$$

где E_i - переменная, F_i - нелинейная функция, D_i - коэффициент диффузии.

В ряде случаев достаточно системы двух уравнений в частных производных типа

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial t} &= F_1(E_1, \dots, E_n) + D_1 \Delta E_1 \\ \frac{\partial E_2}{\partial t} &= F_2(E_1, \dots, E_n) + D_2 \Delta E_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Для исследования экономических автоволн был произведен эконометрический анализ доходов и расходов экономического объекта. В отличие от классической эконометрики, изучающей статистические модели экономической деятельности, в нашем случае экономический объект представляет собой динамическую систему, развивающуюся во времени. Был найден характер эволюции оборотных средств, показавший целесообразность использования в качестве уравнений математическую модель ФитцХью-Нагумо [1,4]

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 - \frac{x_1^3}{3} - x_2 + I + D \Delta x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \varepsilon(a - x_1 + b x_2) \end{aligned} \quad (3),$$

где D - коэффициент диффузии, характеризующий скорость движение денежных средств покупателей в двумерной рыночной среде; I , a , b , ε - параметры: $a = 0.7$, $b = 0.8$. При $I = 0.14$ система является потенциально автоколебательной, при $I = 0.4$ уравнения описывают релаксационные колебания. Период релаксационных колебаний наиболее существенно зависит от величины параметра ε . С физической точки зрения величина периода характеризует полный период оборота денежных средств, используемых на закупку и продажу товара, заработную плату персонала, накладные расходы, прибыль. Параметры I , a , b , ε в совокупности определяют автоволновый режим функционирования рассматриваемой распределенной экономической системы. Более подробно автоволны в экономической среде будут описаны ниже.

Волны Кондратьева, Китчина, Жюгяра, Кузнецца.

Известными типами волн в экономике являются производственные технологические волны. Известны длинноволновые циклы Кондратьева (рис.1, 48-55 лет), среднесрочные циклы Китчина, Жюгяра, Кузнецца (7-11 лет). [5-7] Длинноволновые циклы-волны Кондратьева показаны на рис. 2.



Рис. 2. Длинноволновые циклы-волны Кондратьева

Волны Кондратьева – периодические циклы сменяющихся подъёмов и спадов современной мировой экономики продолжительностью 48—55 лет, описанные в 1920-е годы Н.Д. Кондратьевым. Кондратьев отметил четыре эмпирические закономерности в развитии больших циклов: 1) перед началом повышательной волны каждого большого цикла изменения обусловлены техническими изобретениями и открытиями, изменениями условий денежного обращения, в усилении роли новых стран в мировой хозяйственной жизни. Указанные изменения выражены перед началом повышательных волн больших циклов и в их начале; 2) периоды повышательных волн больших циклов, как правило, значительно богаче крупными социальными потрясениями и переворотами в жизни общества (революции, войны), чем периоды понижательных волн; 3) понижательные волны этих больших циклов сопровождаются длительной депрессией сельского хозяйства; 4) большие циклы экономической конъюнктуры выявляются в том же едином процессе динамики экономического развития, в котором выявляются и средние циклы с их фазами подъёма, кризиса и депрессии.

Волны Кондратьева, Китчина, Жюгляра, Кузнецова совместно показаны на рис. 3.

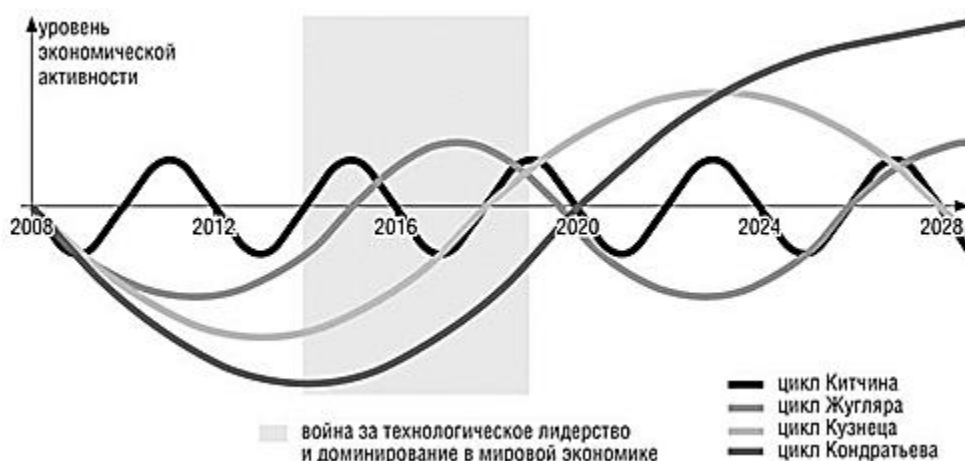


Рис. 3. Волны Кондратьева, Китчина, Жюгляра, Кузнецова

Кроме длинных и средних волн Кондратьева, Китчина, Жюгляра, Кузнецова существуют еще более длинные экономические волны, исследованные в работах Дж. Форрестера, Э. Тоффлера. Волны Форрестера характеризуют энергетические волны, волны Тоффлера – волны цивилизации. Основные типы известных экономических волн сведены в таблицу, приведенную ниже.

Название цикла	Длина цикла	Главные особенности
Китчина	2-4 года	Величина запасов, инфляции, занятости, коммерческие циклы
Жюгляра	7-12 лет	Инвестиционный цикл, инфляции и занятости
Кузнецца	16-25 лет	Доход → Иммиграция → Жилищное строительство → Совокупный спрос → Доход
Кондратьева	40-60 лет	Технический прогресс, структурные изменения
Форрестера	200 лет	Энергия и материалы
Тоффлера	1000- 2000лет	Развитие цивилизаций

Приведенная таблица по структуре периодов эквивалентна шкале периодов таблицы электромагнитных волн.

Микроволны в экономике

Рассмотрим периоды продажи продовольственных и промышленных товаров для экономических предприятий торгового профиля. Слева указан период обращения товаров в днях, справа – наименование товара.

1 – пирожки, хлеб, пирожки сдоба, вода, мороженое

7 – конфеты, крупы, фрукты, колбасные изделия, мясо

30 – промышленные товары (одежда, телевизоры, мобильные телефоны и т.д.)

90 – крупная бытовая техника, компьютеры, автомобили и т.д.

360 – сельскохозяйственные товары, промышленные товары.

Развитие бизнеса также происходит циклически. Циклы развития фирм могут составлять год, несколько лет. Законы развития бизнеса активно развиваются. В настоящее время одним из таких законов является «Улитка инноваций», развиваемая Н.А. Бадулиным.

Развитие процессов на фондовой бирже также происходит циклически, периоды циклов могут изменяться от 1 часа до нескольких лет.

Здесь мы не рассматриваем цикл производственной деятельности для экономических предприятий, занимающихся производством, поскольку это может являться предметом самостоятельных исследований.

Сравнение периодов длинных технологических экономических волн с периодами коротких торговых волн, волнами финансовой деятельности на фондовых биржах, производственными волнами отдельных фирм показывает, что периоды этих волн образуют последовательность, похожую на последовательность длин электромагнитных волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.Е. Мазуров // «Экономика, статистика и информатика». Вестник УМО. № 3. 2014. С. 105-108.

2. В.А. Твердислов, Л.В. Яковенко // Российский химический журнал. (Журнал российского химического общества им. Д.И. Менделеева), 2000, т. 44, вып. 3, с. 21–32.

3. В.А. Твердислов // Советский физик. №1 (20). 2001. С. 36-39.

4. Д.С. Чернавский, Н.И. Старков, А.В. Щербаков // УФН 172 1045–1066 (2002)

5. Н.Д. Кондратьев «Основные проблемы экономической статики и динамики» М., 1991.

6. Й. Шумпетер. «Теория экономического развития» М., 1982.

7. А.А. Акаев, В.А. Садовничий // Вестник РАН, 2016, т.86, №10, с.883-896.

Почти-периодические функции, их приложения для исследования взаимодействия информационных потоков в избирательных импульсных нейронах

М.Е. Мазуров

Российский Экономический университет

mazurov37@mail.ru

Для возбуждения нейрона необходимо, чтобы сумма импульсов на входе, превышала пороговое значение. Сумма входных импульсных последовательностей представляет равномерную почти-периодическую функцию. По теореме Кронекера такая функция имеет максимальные амплитуды, следующие с интервалами почти-периодов.

Роль синапсов в суммировании импульсных потоков

Импульсные потоки поступают в нейрон непосредственно от дендритов за счет соединения их биологических мембран, то есть возникает общая биологическая мембрана для дендритов и сомы нейрона. Другая часть импульсных потоков поступает в сому нейрона через синапсы, соединяющие дендрит с сомой нейрона. Синапсы служат преобразователями электрического потенциала дендрита в химический медиатор с последующим суммированием в соме нейрона. Они защищают слабые электрические потенциалы дендритов от воздействия потенциала, возникающего в триггерной зоне вблизи аксона.

Временная электрическая константа синапсов при воздействии прямоугольных импульсов имеет порядок 1/мсек. Это позволяет утверждать, что в большинстве случаев импульсные потоки безынерционным образом суммируются. Часть импульсных потоков поступает в сому нейрона через синапсы, соединяющие дендрит с сомой нейрона. Суммирование электрических потенциалов импульсных потоков после химического преобразования их синапсами происходит в соме нейрона. Таким образом, сами синапсы фактически не участвуют в суммировании импульсных потоков, они защищают слабые электрические потенциалы дендритов от воздействия большого потенциала, возникающего в триггерной зоне сомы вблизи аксона.

Схематическое преобразование импульсных потоков на входе нейрона в импульсный поток на выходе нейрона иллюстрируется рис. 1.

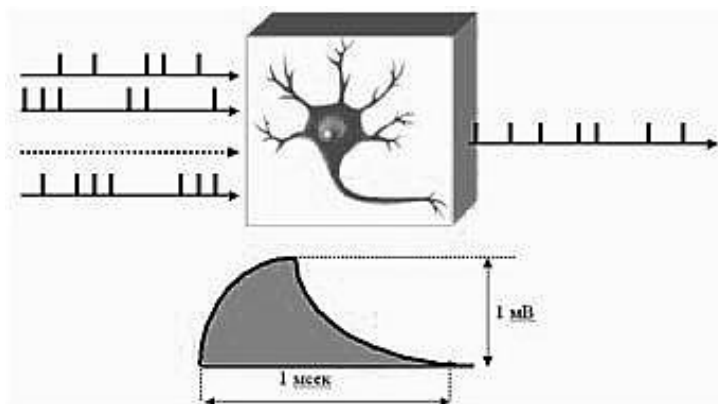


Рис. 1. Схематическое изображение прохождения импульсных потоков через нейрон

Математическое обоснование безынерционного суммирования импульсных потоков

Импульсная электрическая активность нейронов создает в нервной системе импульсные потоки. В первом приближении эти потоки представляют суммы периодических импульсных функций. Периодическая импульсная функция задана на интервале $[0, \infty)$, имеет период T_i . Импульсные последовательности нейронов для исследования процессов суммации в первом приближении можно аппроксимировать последовательностями прямоугольных импульсов $u(t)$ с периодом $T = 1/f$, где f - частота. На интервале периода

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \tau < t < T \end{cases} \quad (1)$$

Результирующий импульсный поток равен сумме периодических импульсных потоков

$$u(t) = \sum_{i=1}^N u_i(t), \quad (2)$$

где $u_i(t)$ - отдельные парциальные импульсные потоки ($i = 1, \dots, N$). Результирующий импульсный поток является равномерной почти-периодической функцией [1]. Дадим определение равномерной почти-периодической функции: Определение. Функция $f(x)$ непрерывная на всей вещественной оси, называется равномерно почти-периодической в смысле Бора, если для любого $\varepsilon > 0$ существует положительное число $l = l(\varepsilon)$ такое, что любой отрезок $[\alpha, \alpha + l]$ (α - любое вещественное число) содержит, по меньшей мере, одно число τ , для которого

$$|f(x + \tau) - f(x)| < \varepsilon \quad (-\infty < x < \infty) \quad (3)$$

Число $\tau(\varepsilon)$ называется ε -почти-периодом функции $f(x)$.

Класс почти-периодических функций достаточно хорошо изучен в исследованиях П. Боля и Г. Бора и эти результаты изложены в [1].

Теорема. Пусть T_1, T_2, \dots, T_N - произвольные действительные числа. Каково бы ни было число положительное число ε , можно указать такое положительное число $L = L(\varepsilon)$, что в каждом интервале длины L найдется, по крайней мере, одно число τ , удовлетворяющее системе неравенств

$$|\tau - n_i T_i| < \varepsilon, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

где n_i - натуральные числа. Согласно теореме Кронекера существует ε -почти-период почти-периодической функции, удовлетворяющей этому соотношению Согласно фундаментальному свойству почти-периодических функций существует t , такое что

$$|t - T_i n_i| < \varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{\tau}{2}, \quad (5)$$

где $T = (T_1, \dots, T_N)$; $n_i \in N$, то $u(t) = \sum_{i=1}^N A_i = A$; $t - \varepsilon < t < t + \varepsilon$.

При этом существует ε -почти-период функции, при этом $|u_\varepsilon(t + T_\varepsilon) - u_\varepsilon(t)| < \varepsilon$.

Сумма нескольких импульсных последовательностей представляет собой равномерную почти-периодическую функцию [1]. Согласно теореме Кронекера такая

функция имеет сгущения и разрежения импульсов, следующие с интервалами ε - почти-периодов. Рассмотрим иллюстрацию ε - почти-периодов. Сигналы на входах и на выходах нейронов можно представить в виде суммы почти-периодических функций, как показано на рис. 2 слева, суммарный импульсный поток показан выше оси времени на рис. 2 справа.

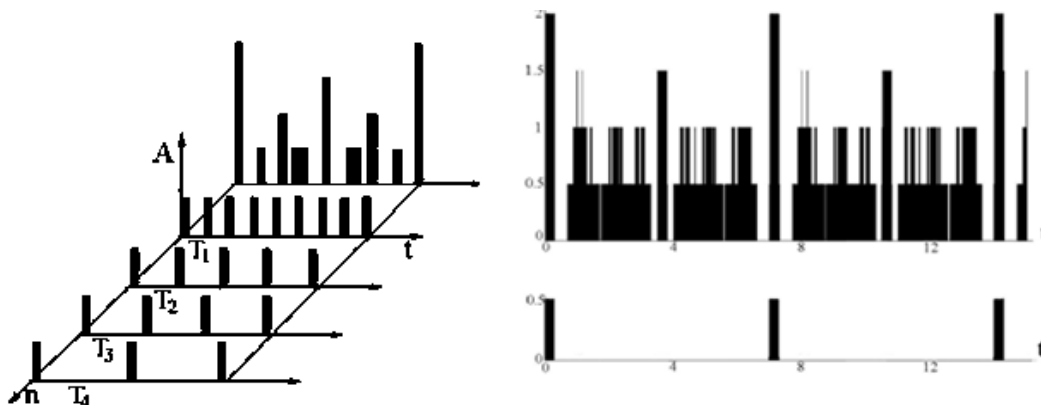


Рис. 2. Схематическое изображение последовательности электрических импульсов нейрона в виде прямоугольных импульсов слева. Четыре импульсные последовательности с периодами $T_1 - T_4$, ε - почти-период приблизительно равен $T_\varepsilon = 8T_1 = 4T_2 = 3T_3 = 2T_4$. ε - почти-период заключен между двумя максимумами. Сгущения и разрежения для импульсных потоков с несоизмеримыми периодами следования импульсов $T_1 = \sqrt{2}/2.02$; $T_2 = \sqrt{3}/1.98$; $T_3 = \sqrt{5}/1.92$; $T_4 = 1$ показаны справа.

Следствие из теоремы аппроксимации показывает возможность использования почти периодических функций в задачах нейроинформатики. Известно, что для возбуждения нейрона необходимо, чтобы сумма импульсов, пришедших по дендритам, превышала порог возбуждения. Специфическое свойство почти-периодических функций - существование ε - почти-периодов - позволяет осуществить избирательную обработку информации, закодированной в импульсных потоках, сократить избыточность входной информации.

Большое значение для устойчивости распознавания объясняется свойством инвариантности относительно пропорционального изменения частоты парциальных импульсных потоков. Одновременное изменение частоты происходит при изменении интенсивности входных стимулов или при скачкообразном изменении интенсивности. Изменение частоты стимулов от их интенсивности описывается уравнением Фехнера. Установлено, что несмотря на одновременное изменение частоты полностью сохраняется базовое свойство безынерционного суммирования максимальных значений импульсных последовательностей. Пачечная активность согласно имеющимся экспериментальным данным возникает при первоначальном включении стимула, при любых изменениях интенсивности стимула.

Результаты экспериментальных исследований

Реализация суммирования импульсных потоков выходящих из каналов связи в реальном нейроне происходит специфическим образом, а именно, как пространственно-временное суммирование. Оно принципиальным образом отличается от интегрального синаптического суммирования в известном импульсном спайковом нейроне. Дендриты в виде тонких волокон по мере сближения с телом нейрона объединяются путем присоединения к более толстому волокну или друг с другом. В результате тонкие множественные волокна дендритов эволюционируют в меньшее

количество (вплоть до одного) более толстых дендритов. Более толстые волокна могут опять объединяться в еще более толстые, образуя электрически мощные проводники токов от импульсных потоков, что схематически показано на рис. 3.

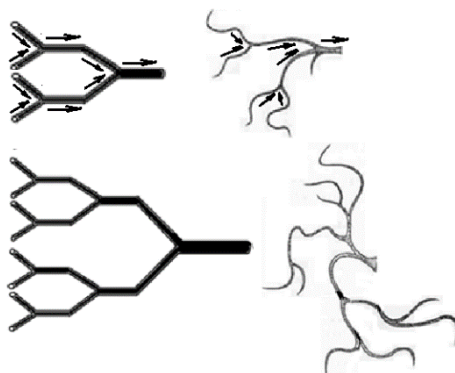


Рис. 3 Конвергенция дендритов

Конвергенция огромного количества дендритов в мозге характерна как для волокон Пуркинье человека, так и для волокон Пуркинье животных. Конвергенция дендритов для волокон Пуркинье человека, кошки, белой крысы, лосося иллюстрируется рис. 4

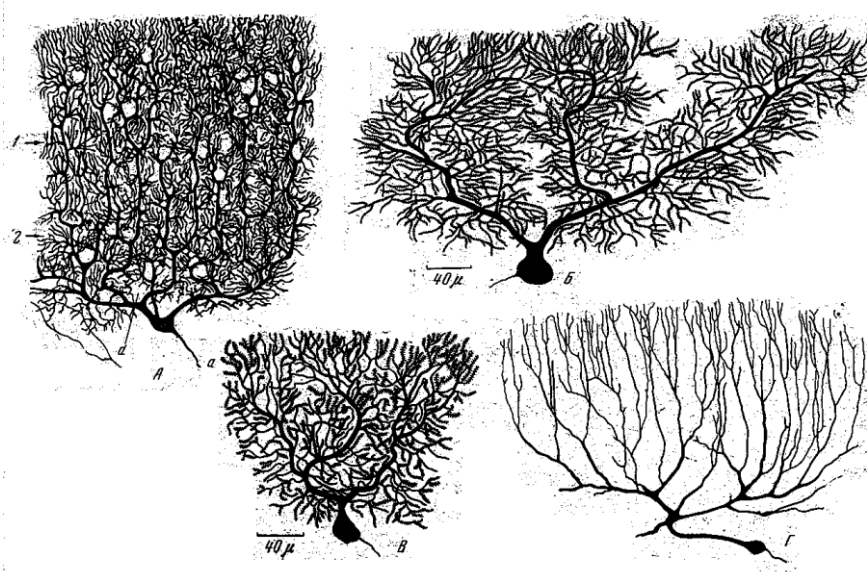


Рис. 4. Конвергенция дендритов для волокон Пуркинье А) человека; Б) кошки; В) белой крысы; Г) лосося

На основании изложенного о последних исследованиях свойств дендритов в первом приближении относительно суммирования импульсных последовательностей можно сделать вывод о линейном пространственно-временном суммировании импульсных последовательностей как об одном из основных видов суммирования импульсных последовательностей в нейронных сетях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.М. Левитан «Почти-периодические функции» М.: Гостехиздат, 1953.

Синхронизация релаксационных автоколебательных систем синхронизация в нейронных сетях

М.Е. Мазуров

Российский Экономический университет
mazurov37@mail.ru

Синхронизация в нейронных ансамблях приводит к возникновению качественно новых свойств системы, например, формирование единого ритма, кластеризация и другие. Синхронизация – это один из существенных механизмов нейроинформационных процессов, один из механизмов самоорганизации ансамблей нейронов.

Синхронизация релаксационных автоколебательных систем имеет общие свойства, но одновременно и ряд отличий от синхронизации гармонических [1,2]. Синхронизация гармонических систем описывается системами нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром вида

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \varepsilon\mathbf{p}(\mathbf{x}, \varphi(t)) \quad (1)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$; $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_e)$; \mathbf{A} - матрица размерности n ; $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$; $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ - внешнее воздействие. Релаксационная система, описываемая системой дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных, в следующей форме [2-4]

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varphi(t) \\ \frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \end{cases} \quad (2)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$; $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$; $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_k)$; $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_e)$, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_k)$; $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ - внешнее воздействие.

Формирование качественно новых структур в системе глобально связанных осцилляторов происходит в результате их взаимной синхронизации. Математически систему связанных осцилляторов можно описать уравнениями [2-4]. В предположении линейности связи можно использовать уравнение

$$x_i(t) = \mathbf{L}x_i(t) + \sum_{j \in \{N\}} \alpha_{ij}(x_j - x_i) \quad ; \quad (i=1, \dots, n) \quad (3)$$

где x_i ($i=1, \dots, n$) - переменные системы; L_i , ($i=1, \dots, n$) - нелинейные функции; α_{ij} x_i ($i=1, \dots, n$) - коэффициенты связи; $\{N\}$ - множество всех осцилляторов ближайшего окружения, n - общее число элементов.

Основной задачей синхронизации релаксационных систем является 1. Определение типов режимов синхронизации. 2. Определение амплитудно-частотных или амплитудно-периодных характеристик синхронизации. 3. Определение фазово-частотных характеристик или временных сдвигов синхронизированных колебаний. 4. Определение устойчивости режимов синхронизации. 5. Определение переходных процессов, предшествующих установлению стационарной синхронизации. 6. При

исследовании взаимной синхронизации - определение области синхронизации, а также величины сформировавшегося единого ритма колебаний.

Изучение режимов синхронизации релаксационных систем и сценариев их реализации можно выполнить с помощью двух методов: 1. метода отображений [2,5]; 2. метода диофантовых приближений [2-4]. Предложен прямой метод описания синхронизации релаксационных систем, основанный на диофантовых неравенствах и пороговой функции, описывающей рефрактерность релаксационного осциллятора [2-4]. В этих работах было показано, что для исследования основных режимов синхронизации типа m/n могут быть использованы соотношения

$$-\varepsilon < (n_1 T_1 - n_2 T_2) < 0, \quad (4)$$

где T_1, T_2 - периоды синхронизирующего сигнала и релаксационного осциллятора, $\varepsilon = f^{-1}(U)$; $f(T)$ - пороговая чувствительность в фазу относительной рефрактерности; U - амплитуда внешнего воздействия. Области синхронизации, представляющие амплитудно-периодные характеристики для синоатриального узла, приведены на рис.1 для $T_1 < T_2$ и для $T_1 > T_2$ [2-4].

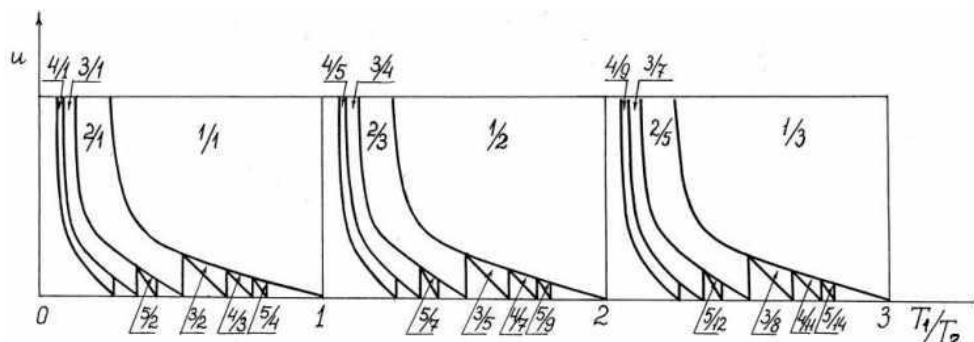


Рис. 1. Амплитудно - периодные характеристики синхронизации синоатриального узла

Для построения областей синхронизации, показанных на рис. 1, был использован метод диофантовых неравенств, изложенный в работах [2-4]. Для исследования взаимной синхронизации двух связанных релаксационных осцилляторов, генерирующих импульсные сигналы, в режиме стационарной синхронизации могут быть использованы соотношения

$$\begin{cases} -\varepsilon < n_1 T_1 - n_2 T_2 < 0 \\ 0 < n_1 T_1 - n_2 T_2 < \varepsilon \end{cases} \quad (5)$$

Из этих соотношений видно, что если выполняется условие $T_2 - T_1 < \varepsilon_2$, то первый, более высокочастотный осциллятор, синхронизирует второй. Если $T_2 - T_1 > \varepsilon_2$ и $T_1 - T_2 < \varepsilon_1$, то второй, менее высокочастотный релаксатор, синхронизирует первый, более высокочастотный.

Работ по взаимной синхронизации релаксационных осцилляторов мало. На рис. 2 в координатах $OT_1 T_2$ слева показана диаграмма взаимодействия двух релаксационных осцилляторов, рассчитанная по соотношениям, приведенным выше.

Для величины общего периода двух взаимодействующих релаксационных осцилляторов можно получить соотношение [2]

$$T_0 = T_1 + \alpha_{12} K_2 (T_2 - T_1) / (K_1 + \alpha_{12} (K_2 - K_1)). \quad (6)$$

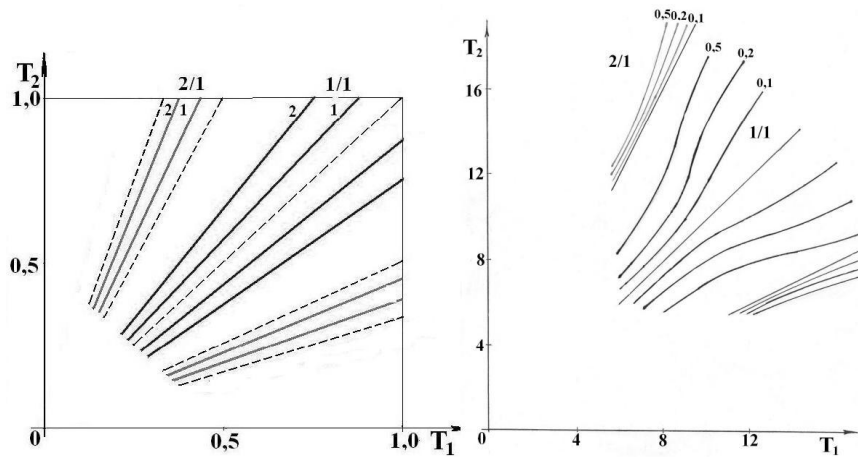


Рис. 2. Слева показана расчетное взаимодействие, справа показано взаимодействие двух релаксационных осцилляторов Ходжкина-Хаксли. Выше диагональной линии расположена область синхронизации второго релаксатора первым. Ниже диагональной линии расположена область синхронизации первого осциллятора вторым [2].

Из формулы видим, что единый ритм устанавливается на промежуточном уровне между самым низким и самым высоким, ближе к высокому. Качественно местоположение единого ритма между ритмами исходных осцилляторов иллюстрируется рис. 3.

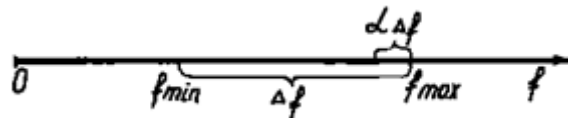


Рис. 3. Местоположение частоты единого ритма [2].

Проведенные расчеты позволили установить консенсус между гипотезой Н.Винера и А. Розенблюта (общий ритм равен наивысшему ритму в системе) и экспериментальными данными о том, что единый ритм устанавливается на промежуточном уровне. Установление стационарного режима при синхронизации сопровождается переходным процессом.

Переходные процессы при синхронизации гармонических систем исследованы в теории нелинейных колебаний. Переходные процессы, сопровождающие синхронизацию релаксационных колебаний, на примере модели Нобла исследованы в работах [2-4] и показаны на рис. 4.

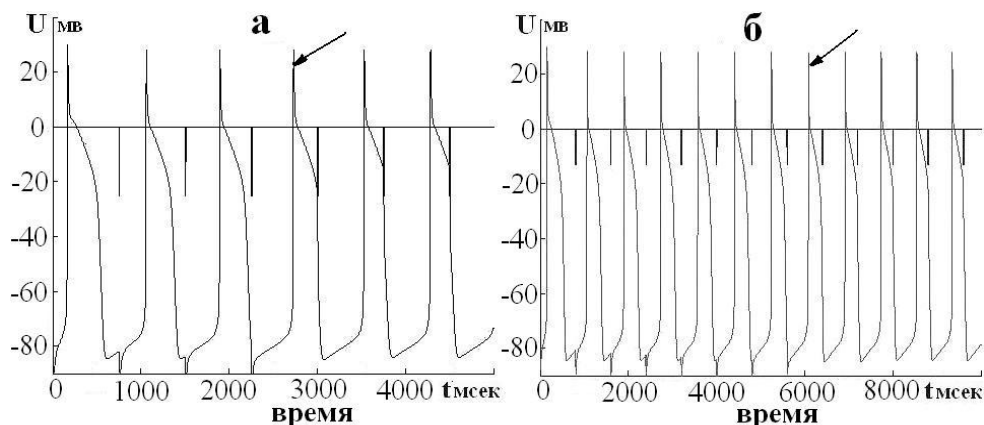


Рис. 4. Почти-периодические переходные процессы при синхронизации релаксатора Нобла

Исследована синхронизация пачек нейронных импульсов – берстов, имеющая существенное значение в организации нейронной активности [6,7]. Использована модель Хиндмарша-Розе [8] с электрической связью между нейронами. Результаты вычислительного эксперимента по исследованию пачечной синхронизации одного из возможных режимов представлены на рис. 5. Обнаруживаются два вида синхронной активности. Они отличаются числом спайков в залпах активности, длительностью между спайками и амплитудой колебаний.

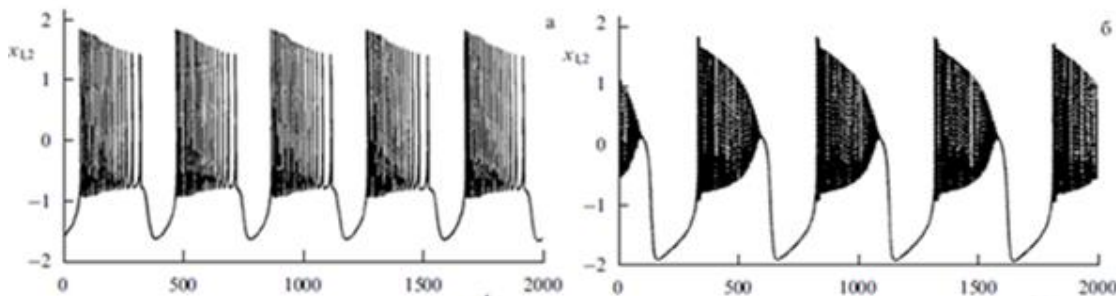


Рис. 5. Два режима синхронизации пачечной активности нейронов по модели Хиндмарша-Розе

Неполная синхронизация нейронных ансамблей может приводить к возникновению режимов неполной синхронизации – хаотической динамике.

Заключение

Задачей синхронизации нейронных ансамблей особенно успешно решается на уровне малых нервных систем - генераторов ритмической активности живых организмов. Показано, что синхронизация играет ключевую роль в деятельности как минимальных нервных систем (нейронная пара), так и в нейронных ансамблях с очень большим числом элементов (кора головного мозга) [6,7].

На уровне нейронных ансамблей синхронизированная активность большого числа нейронов может привести к макроскопическим колебаниям, которые наблюдаются в электроэнцефалограммах. Причиной таких колебаний, регистрируемых на ЭЭГ ритмов головного мозга, является возникновение режимов неполной синхронизации – хаотической динамике. Роль синхронизации в образовании ритмов головного мозга требует дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Пиковский, М. Розенблум, Ю. Синхронизация. «Фундаментальное нелинейное явление». М.:Техносфера. 2003. 496 с.
2. М.Е. Мазуров Нелинейная синхронизация и ритмогенез в электровозбудимых системах сердца// Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Пушино. 2007.
3. М.Е. Мазуров // Доклады Академии наук. 2012. Т. 442. № 1. С. 33.
4. У.Ф. Мищенко, Н.Х. Розов «Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания» М.: Наука. 1975. 247 с.
5. В.И. Арнольд Малые знаменатели. //Изв. Акад. Наук. Сер. Мат. 1961. Т. 25. №1. С. 21-86.
6. Г.Н. Борисюк, Р.М. Борисюк, Я.Б. Казанович, Г.Р. Иваницкий УФН, 172:10 (2002), 1189–1214 ; Phys. Usp., 45:10 (2002), 1073–1095
7. В.И. Некоркин //УФН. 2008. Т. 178. №3 С. 313–323
8. J.L. Hindmarsh, R.M. Rose // Nature. Nature Publishing Group, 1982. V. 296, № 5853. P. 162–164.

Формирование кластеров в сложной сети, отражающей процессы кооперации в социальных группах

В.О. Недайвозов, В.В. Макаров, М.В. Горемыко, Д.В. Кирсанов
Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
fdf_het@mail.ru

Сетевые структуры встречаются во всех сферах человеческой деятельности [1,2,3]. Одной из ключевых является сфера социального взаимодействия [4,5], как процесса воздействия людей и групп людей друг на друга. В целом все явления такого типа сводятся к кооперации как сотрудничеству для решения общих задач или же конкуренции — борьбе людей или групп людей за обладание какими-либо благами или возможностями. Анализ группового социального взаимодействия является актуальной задачей и его понимание позволяет правильно интерпретировать глобальные процессы, происходящие в современном обществе [6].

В данной работе проведен анализ профессиональных отношений в социуме на основе имеющихся статистических данных о мировом сообществе музыкантов, как частном примере социального взаимодействия. Данные для исследования были получены из базы музыкальных данных Allmusic [<http://www.allmusic.com>] — достоверной, модерируемой профессиональными редакторами платформы, и представляют собой два набора параметров, где первый отражает наличие, если таковое имелось, коллабораций между исполнителями (рис 1, а), а второй — жанровую принадлежность (рис 1, б). Два элемента первого набора были соединены связью, если они работали над одним или более альбомов совместно. Во втором наборе два исполнителя получали связь, если по данным экспертов они играли в одном музыкальном стиле. В качестве математической модели была выбрана многослойная сеть динамических элементов [7], слои которой согласно наборам данных, содержат идентичный набор узлов, но имеют различную топологию связей. Такая модель позволяет исследовать не только основную компоненту сети [8], но также учитывать те узлы, которые не имеют ни одной связи с элементами на одном слое, но могут взаимодействовать с ними посредством сообщения на другом. В пределах данной структуры изучены процессы кластеризации и влияния разных уровней профессиональных взаимоотношений друг на друга. Анализ структур, схожих с исследуемой в данной работе сетью профессионального взаимодействия, интересен с нескольких точек зрения. Во-первых, на его основе можно лучше понять принципы распространения различных направлений и новых течений в среде профессионального взаимодействия, во-вторых выявленные физические закономерности позволяют строить новые алгоритмы генерации сетей, имеющих схожую с реальными системами структуру, или же создавать экспертные системы, позволяющие такие структуры выявлять.

Исследуемая система состоит из двух слоев, каждый из которых содержит $N=4673$ узлов. Динамика каждого элемента описывается с помощью известной модели Курамото [9], являющейся признанным инструментом исследования всевозможных форм коллективной динамики [10,11]. Динамическое состояние каждого i -го узла, принадлежащего слою l , определяется соотношением

$$\dot{\varphi}_i^l = \omega_i^l + \lambda_1 \sum_j w_{ij} \sin(\varphi_j^l - \varphi_i^l) + \lambda_2 \sum_{k \neq j} \sin(\varphi_i^k - \varphi_i^l) \quad (1)$$

где ω_i - заданные случайным образом натуральные частоты в диапазоне $[-\pi; \pi]$, w_{ij}^l - вес связи, соединяющей узлы j и i в пределах слоя l . λ_1 во втором слагаемом данной формулы характеризует влияние элементов одного слоя друг на друга, а λ_2 - межуровневое взаимодействие. Изначально фазы осцилляторов заданы случайно в диапазоне $[-\pi; \pi]$ на каждом слое.

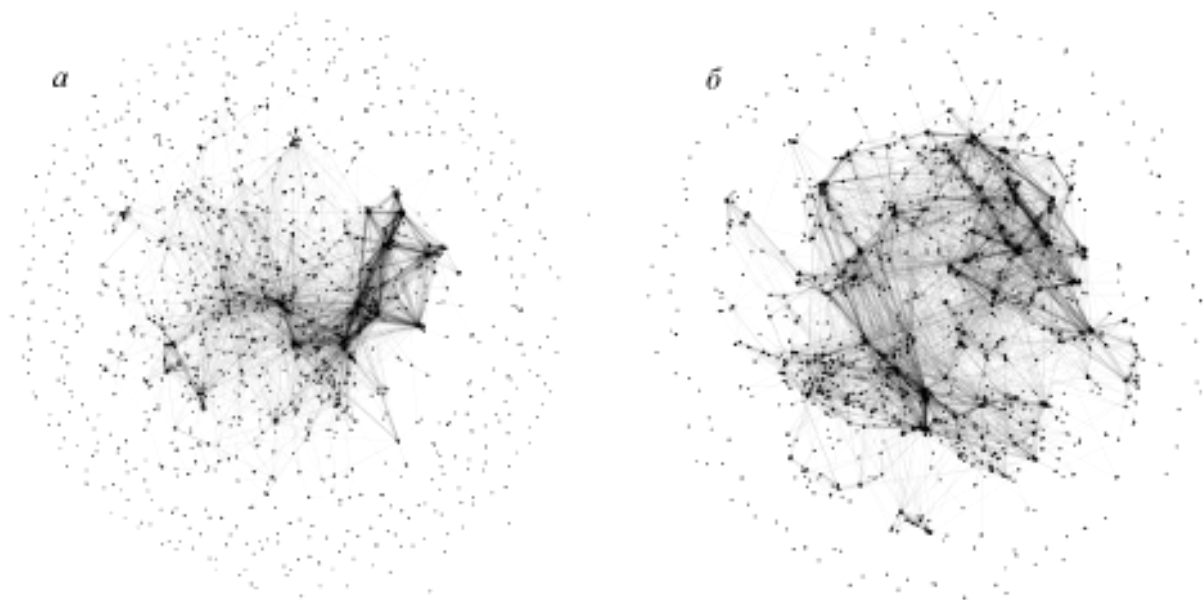


Рис. 1. Визуализации структуры слоев сети: коллабораций(а) и жанровой принадлежности(б)

В данной работе были изучены процессы кластеризации в многослойной социальной сети коллабораций и профессионального взаимодействия, исследовано влияние уровней данной структуры друг на друга, выявлены основные принципы, отвечающие за взаимосвязь топологии и динамических характеристик в подобных сетях.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-32-00334).

ЛИТЕРАТУРА

1. J.P. Onnela et al. // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 2007. V. 104. P. 7332.
2. M. Valencia, M.A. Pastor, V.A. Fernandez-Seara // Phys. Rev. E. 2008.V. 77. No 5. P. 050905.
3. P.J. Ulhaas // Frontiers Neurosc. 2009. V. 3. P. 17.
4. J. Stehlé et al. // Phys. Rev. E. 2010. V. 81. No 3. P. 035101.
5. G. Robins et. al. // Social Networks. 2007. V. 29. P. 192
6. J. Scott // Sociology. 1988. V. 22. P. 109.
7. V.V. Makarov et al. // Chaos, Solitons & Fractals. 2016. V. 84. P. 23.
8. S.D. Callaway et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85 P. 5468
9. Y. Kuramoto // Lect. Notes in Phys. 1975. V. 30. P. 420.
10. S. Boccaletti et al. // Phys. Rep. 2006. V. 424. P. 175.
11. S. Assenza et al. // Sci. Rep. 2011. V. 1. P. 99.

Управление хаотической динамикой спин-волнового генератора с помощью внешнего периодического и шумового воздействия: теория и эксперимент

Д.В. Романенко, С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский

Саратовский научно-исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
dmitrii.romanenk@mail.ru

Как было показано в работах [1-2], параметрические процессы первого порядка могут приводить к генерации в кольцевой автоколебательной системе на основе ферромагнитной плёнки хаотической последовательности диссипативных структур в виде релаксационных колебаний. При этом управление динамикой автономной кольцевой системы возможно за счёт внесения в систему дополнительных настраиваемых потерь, изменяющих коэффициент усиления кольца [1-2]. Динамикой неавтономной системы можно управлять изменяя амплитуду внешнего воздействия [3]. Однако применительно к кольцевым системам на основе ферромагнитных плёнок такой механизм управления хаотической генерацией практически не исследован.

Известно, что в автономном случае в кольцевой системе на магнитостатических (МСВ) волнах может генерироваться узкополосный хаотический сигнал [1-2]. Существует несколько вариантов воздействия внешнего СВЧ сигнала на динамику кольцевой системы. Первый из них предусматривает непосредственное воздействие внешнего сигнала на амплитуду колебаний в кольцевой системе [4-5]. Данный способ предполагает, что в исследуемой системе внешний сигнал подается в кольцо на частоте, равной собственной частоте генератора, либо с небольшой отстройкой. При этом амплитуда внешнего воздействия должна быть достаточно велика по сравнению с амплитудой сигнала, генерируемого в кольце [4].

Второй способ предполагает, что внешнее воздействие будет приводить к модуляции коэффициента усиления кольца [5-6]. Последнего можно добиться, например, изменяя питание усилителя мощности [6]. Данный способ отличителен тем, что внешний сигнал не подмешивается к сигналу, генерируемому в кольцевой системе или может быть легко отфильтрован.

В настоящей работе рассматривалось в первую очередь воздействие на коэффициент модуляции кольца, т.к. в этом случае внешний сигнал не сильно изменяет спектральных свойств генерируемого и может быть достаточно легко отфильтрован.

Для теоретического выяснения особенностей управления в рассматриваемой схеме использована модель автономной автоколебательной кольцевой системы с ферромагнитной плёнкой [2], в которую добавлено внешнее воздействие. Модель описывает параметрическое трёхволновое взаимодействия поверхностной магнитостатической волны (МСВ) накачки $m(t)$ с параметрически возбуждаемыми тепловыми спиновыми волнами (СВ) $b_1(t), b_2(t)$ с учётом влияния внешнего сигнала, частота которого может отличаться от частоты генерируемого сигнала. Система уравнений для описания указанной модели может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dm(t)}{dt} &= -c_0 b_1(t) b_2(t) \exp(-i\delta t) - \eta m(t) + \gamma \left(1 - \alpha |m(t - \tau) + A_{ext}(t) \exp(i\chi t)|^2 \right) m(t - \tau) \\ \frac{db_1(t)}{dt} &= c_1 m(t) b_2^*(t) \exp(i\delta t) - \nu b_1(t) \\ \frac{db_2(t)}{dt} &= c_2 m(t) b_1^*(t) \exp(i\delta t) - \nu b_2(t) \end{aligned} \quad (1)$$

где γ - линейный коэффициент усиления, α - коэффициент нелинейности усилителя, τ - время задержки сигнала в кольце, ν - коэффициент затухания спиновых волн; η - коэффициент затухания магнитостатической волны, δ - отстройка частоты СВ от половинной частоты МСВ, c_0, c_1, c_2 - коэффициенты взаимодействия МСВ с параметрически генерируемыми СВ, A_{ext} - амплитуда внешнего воздействия, χ - отстройка частоты внешнего воздействия от частоты МСВ

Рассмотрим случай импульсного внешнего воздействия на параметрическую систему. Для простоты ограничимся случаем, когда внешнее воздействие подавалось вне полосы МСВ с некоторой отстройкой χ . Как известно, использование импульсного внешнего сигнала в кольцевых системах может приводить к генерации последовательности СВЧ импульсов [4-6], причём спектральные характеристики данной последовательности будут определяться в первую очередь самой системой и слабо зависеть от вида внешнего сигнала.

На рис. 1 изображены характерные временные зависимости амплитуды МСВ (слева сверху), амплитуды СВ (слева снизу) и спектр МСВ (справа) для случая импульсного воздействия с периодом 15 мкс при различных длительностях внешних импульсов. При малой длительности внешнего воздействия во время действия внешнего импульса наблюдается уменьшение коэффициента усиления кольца, приводящее к срыву генерации сигнала в кольцевой системе: в те моменты времени, когда внешний сигнал подается в систему, амплитуда МСВ экспоненциально уменьшается. Вместе с уменьшением амплитуды МСВ прекращается параметрическое возбуждение коротковолновых СВ. Когда внешний импульс заканчивается, начинается генерация новой последовательности релаксационных импульсов. Следует отметить, что первый из импульсов в последовательности обладает самой большой амплитудой. Последнее может быть объяснено тем, что во время действия внешнего импульса уменьшается уровень нелинейных потерь в кольцевой системе, связанный с параметрическим возбуждением СВ, а при начале новой последовательности первый импульс образуется в переходной области, где параметрические процессы первого порядка ещё не успели развиться. Дальнейшее увеличение длительности внешних импульсов до $T_{ext} = 9$ приводит к тому, что импульс в переходной области не успевает полностью сформироваться (рис. 1б). Это отчётливо видно по временной реализации СВ, так как несформированный импульс не возбуждает параметрические СВ.

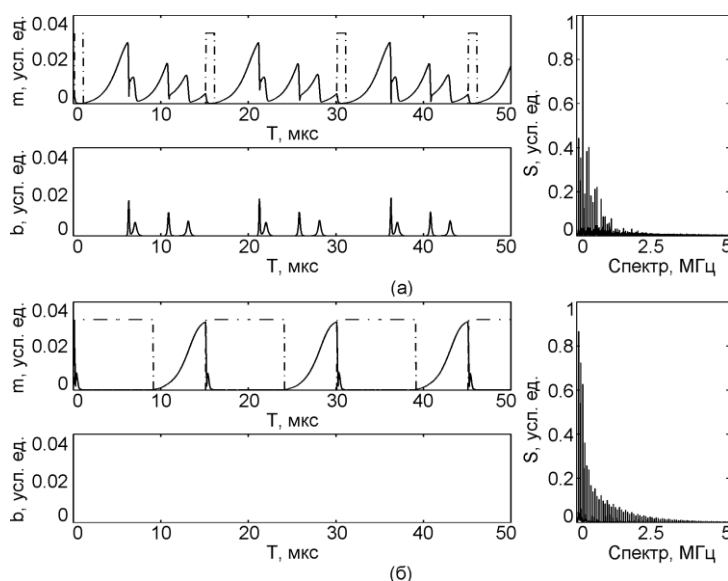


Рис 1 Огибающая МСВ (слева сверху), огибающая СВ (слева снизу) и спектр МСВ (справа) в случае импульсного воздействия с периодом 15 мкс при различных длительностях внешнего импульса: а) 1 мкс, б) 9 мкс.

Если для указанной выше импульсной последовательности построить зависимость средней нормированной мощности сигнала в зависимости от длительности импульса (см. рис. 2), то видно, что нормированная мощность сигнала превышает уровень сигнала, соответствующий прямоугольным импульсам той же длительности и почти достигает уровня мощности автономной системы. При этом мощность сигнала достигает максимума при $T_{pulse} = 7 \text{ мкс}$, и при увеличении T_{pulse} практически не меняется. Появление максимума на данной зависимости соответствует формированию импульса в переходной области с максимальной длительностью и амплитудой.

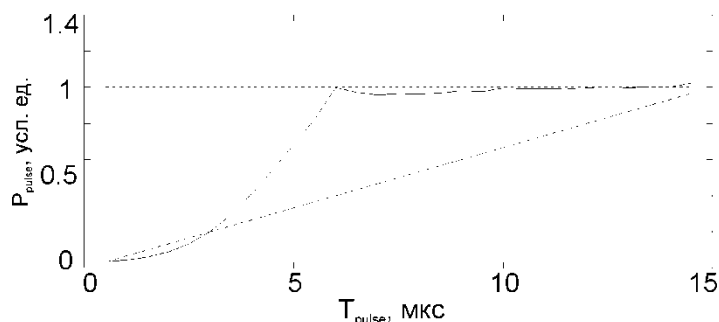


Рис 2 Зависимость нормированной мощности генерируемой импульсной последовательности от длительности генерируемого импульса при периоде следования 7 мкс. Пунктиром обозначена мощность сигнала в автономной системе, штрих-пунктиром обозначена мощность прямоугольного импульса при равных значениях длительности и периода следования импульсов.

Селекция хаотического СВЧ-сигнала позволяет наблюдать за изменением его характеристики при воздействии на автоколебательную систему более сложных СВЧ-сигналов [7], например гауссова шума. Случайное изменение во времени огибающей шумового СВЧ-сигнала дает возможность предположить, что подавление хаоса будет не всегда полным (т. е. подавление будет наблюдаться не на всех временных интервалах) в связи с большой вероятностью появления у огибающей такого сигнала нулевых значений. Генерация хаотического СВЧ-сигнала вблизи этих значений будет наблюдаться, в тех случаях, когда характерное время изменения огибающей шумового сигнала превышает квазипериод хаотических колебаний. Такая ситуация возможна при ширине полосы частот шумового СВЧ-сигнала, меньшей ширины полосы частот хаотического СВЧ-сигнала. Однако до настоящего времени подавление хаотической динамики широкополосного генератора при воздействии на него узкополосного шумового СВЧ-сигнала большой интенсивности не исследовалось.

На рис. 3 приведены характерные временные реализации генерируемого в кольце сигнала, рассчитанные по модели при ширине спектра шумового сигнала $\Delta f = 1 \text{ МГц}$.

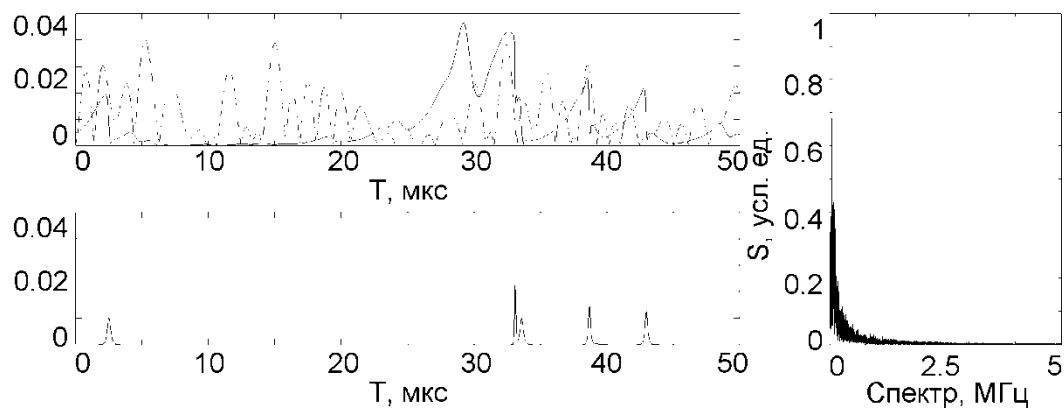


Рис 3 Временная реализация огибающей МСВ (сверху, сплошная кривая), внешнего шумового сигнала (сверху, пунктир) и огибающей СВ (снизу) при ширине спектра шумового сигнала 1 МГц и амплитуде шума $A_{ext} = 0.13$ дБмВт.

Как можно видеть из рисунка 3 а генерация в кольцевой системе начинается на временных интервалах, где амплитуда шумового сигнала падает до нуля либо достаточно мала. Амплитуда генерируемого сигнала экспоненциально растёт при слабом внешнем воздействии и резко снижается до нуля при большой амплитуде шумового сигнала. Период следования генерируемой последовательности зависит от ширины полосы внешнего шумового сигнала и его амплитуды.

Увеличение ширины спектра внешнего шумового сигнала приводит к снижению уровня мощности, необходимого для подавления генерации в кольцевой системе. Так при ширине полосы 5 МГц генерация в кольцевой системе прекращается при мощности внешнего сигнала 11 дБмВт, а при 0.5 МГц подавления генерации сигнала не наблюдалось. Последнее связано с большим средним периодом внешнего воздействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Е. Демидов, Н.Г. Ковшиков //ЖТФ. 1999. Т. 69, № 8. С. 100.
2. V. Sergey Grishin et al. // IEEE Transaction on magnetic. 2013. VOL. 49, No. 3. P 1047-1054.
3. Ю.И. Неймарк, П.С. Ланда “Стохастические и хаотические колебания” М.:НАУКА, 1987.
4. A. Pikovsky, M. Rosenblum, and J. Kurths “Synchronization. A Universal Concept in Nonlinear Sciences” Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2002.
5. V. S. Anishchenko et al. “Nonlinear Dynamics of Chaotic and Stochastic Systems. Tutorial and Modern Development” 2nd ed. Berlin, Germany: Springer, 2007.
6. А.С. Дмитриев и др.// ПЖТФ, 2003 г., том 29, вып.2, с.70-76
7. С.В. Гришин и др. // ЖТФ. 2008. Т. 78, № 5. С. 89.

Численное моделирование двумерных МГД структур в тепловыделяющей плазменной среде

Д.С. Рящиков, Н.Е. Молевич, Д.И. Завершинский

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева

Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

ryashchikovd@gmail.com

Наблюдения крупномасштабных волновых возмущений, распространяющихся в хромосфере и короне Солнца, фиксируются с 1960-х годов. Однако детальное изучение этого явления стало возможным только 20 лет назад с появлением многочисленных космических аппаратов, регистрирующих эти структуры в высоком разрешении в различных спектральных диапазонах. Согласно одной из гипотез наблюдаемые возмущения являются ударными волнами, соответствующими быстрой МГД - моде.

В астрофизике известны и другие среды, в которых регистрируются ударные волны. Одним из примеров такой среды является межзвёздный газ. Впервые гипотезу о том, что мелкомасштабная волокнистая структура межзвёздных облаков может быть следствием наличия в среде нелинейных волновых структур, образованных вследствие так называемой изоэнтропической (акустической) неустойчивости среды, высказал Краснобаев [1]. В дальнейшем эта гипотеза получила подтверждение в работе [2] и дальнейшее развитие в [3].

Изоэнтропическая неустойчивость является одним из трёх типов тепловых неустойчивостей [4]. Их появление обусловлено неадиабатическими процессами нагрева и охлаждения среды различной природы, мощность которых зависит от температуры и плотности среды. Эти процессы обычно описываются функцией тепловых потерь $\mathfrak{Z}(\rho, T)$, причём в стационарном состоянии $\mathfrak{Z}(\rho_0, T_0) = 0$. При определённых параметрах источника тепловыделения $\mathfrak{Z}(\rho, T)$ возможно возникновение обратной связи между тепловыделением и ростом акустических возмущений, что и приводит к росту последних. Как показано в [5], неустойчивость изоэнтропического типа может иметь место и в солнечной короне.

Распространение МГД - волн в солнечной короне может быть описано с помощью системы уравнений (1). В данной модели плазма считается полностью ионизованной, а процессами диссипации пренебрегается:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \text{rot}[\vec{V} \times \vec{B}]; \quad \text{div} \vec{B} = 0; \quad \rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\nabla P - \frac{1}{4\pi} \vec{B} \times \text{rot} \vec{B}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} &= 0; \quad C_{v\infty} \frac{dT}{dt} - \frac{k_B T}{m\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\mathfrak{Z}(\rho, T); \quad P = \frac{k_B T \rho}{m}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ, T, P – плотность, температура и давление, соответственно; \vec{V}, \vec{B} – вектор скорости и индукции магнитного поля; k_B – постоянная Больцмана; m – эффективная масса частицы плазмы; $C_{v\infty}$ – высокочастотная теплоёмкость при постоянном объёме.

Линейный анализ системы (1) позволяет получить такие характеристики МГД - мод, как фазовая и групповая скорость волн, а также временные и пространственные инкременты их усиления (декременты затухания), но не позволяет получить форму реализующихся структур. Их форма – импульсная ударная волна с экспоненциальным «хвостом» (рис. 1а) – была получена в работах [2, 6, 7] аналитически с помощью разложения параметров системы (1) в ряд около стационарного состояния с точностью до величин второго порядка малости в приближении слабой дисперсии. Кроме того, численное моделирование показало, что любое малое начальное возмущение

распадается на серию подобных структур, которые обладают свойствами как солитонов (восстанавливают свою форму после взаимодействия), так и автоволн (не зависят от амплитуды локализованного возмущения) [2].

Важно отметить, что аналитическое и численное рассмотрение упомянутых структур было проведено в приближении плоских волн. Однако МГД - волны в плазме являются сильно анизотропными, поэтому наиболее полное исследование должно проводиться в двумерной геометрии. В данной работе производится численное изучение свойств двумерных МГД структур в изоэнтропически неустойчивой среде с помощью открытого исходного кода Athena [8]. Типичные структуры, реализующиеся при распаде начального гауссова возмущения, представлены на рисунке 1б,в.

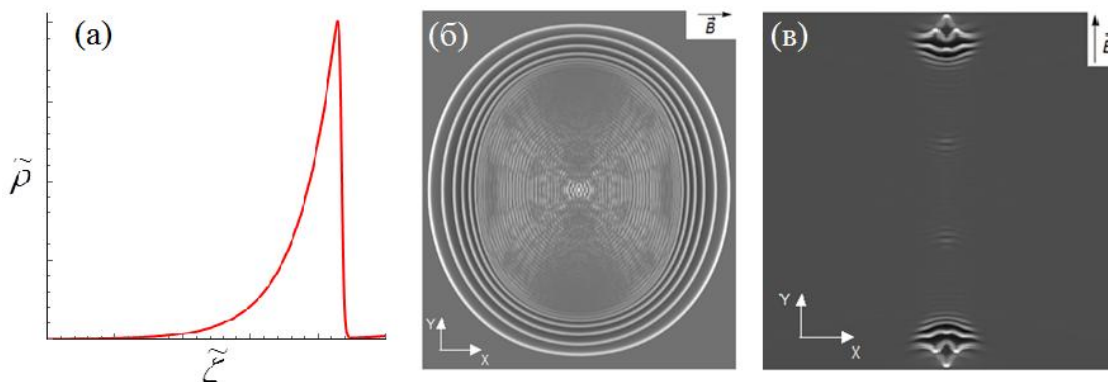


Рис. 1. (а) Форма автоволнового импульса в изоэнтропически неустойчивой среде. (б) Результаты 2D моделирования в слабом и (в) сильном магнитном поле.

Начальное возмущение распадается на серию бегущих ударных волн. Их свойства, как и в одномерном случае, не зависят от амплитуды возмущения, то есть они являются автоволнами. В достаточно слабом магнитном поле большую амплитуду имеют быстрые МГД моды, форма которых в одномерном срезе совпадает с аналитическими результатами для случая плоских волн (рис. 1а) [6, 7] и численным моделированием в одномерной геометрии [2]. В сильных магнитных полях наибольшую амплитуду имеют структуры, соответствующие медленным МГД модам, которые распространяются преимущественно вдоль магнитного поля (рис. 1в).

Работа частично поддержана Минобрнауки РФ, проект 3.1158.2017, и грантами РФФИ 16-41-630591 p_a, 17-42-630224 p_a.

ЛИТЕРАТУРА

1. К.В. Краснобаев // *Астрономический журнал*. 1987. Т. 64. №6. С. 1210-1219.
2. N.E. Molevich et al. // *Astrophys. Space Sci.* 2011. V. 334. No 1. P. 35-44.
3. K.V. Krasnobaev et al. // *Astronomy Letters*. 2016. V. 42. No 7. P. 460-473.
4. G.B. Field // *The Astrophysical Journal*. 1965. V. 142. P. 531-567.
5. N.E. Molevich, D.S. Ryashchikov, D.I. Zavershinskiy // *Magnetohydrodynamics*. 2016. V. 52. P. 199-208.
- 6 D.I. Zavershinsky, N.E. Molevich // *Technical Physics Letters*. 2013. V. 39. No 8. P. 676-679.
7. N.E. Molevich, D.S. Ryashchikov, D.I. Zavershinskiy // *Magnetohydrodynamics*. 2016. V. 52. P. 191-198.
- 8 J.M. Stone et al. // *The Astrophysical Journal Supplement Series*. 2008. V. 178. No 1. P. 137.

Моделирование системы скрытой передачи информации с псевдопараметрической хаотической модуляцией несущего сигнала

Л.В. Савкин

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
solaris.rafo@gmail.com

Большинство известных на сегодняшний день методов хаотической модуляции (манипуляции) можно разделить на две большие группы: *параметрические* методы хаотической модуляции (ПМХМ) и *непараметрические* методы хаотической модуляции (НМХМ). Ключевым критерием для данного типа классификации служит способ ввода полезного (модулирующего) сигнала в несущий (модулируемый) хаотический сигнал.

Особенность всех ПМХМ можно пояснить следующим образом. Пусть осциллятор, служащий для формирования хаотической несущей, описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) n -го порядка $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, a, b)$, в которой $\dot{\mathbf{x}}$ – производная вектор-функция; $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t) = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ – вектор-функция скалярного аргумента t , представляющая собой решение системы ОДУ хаотического осциллятора; a и b – некоторые параметры системы ОДУ. Если один или несколько параметров осциллятора, описываемый системой ОДУ в нормальной форме, будет представлять собой некоторую функциональную зависимость от информационного сигнала $I(t)$, то в таком случае метод хаотической модуляции будет представлять собой ПМХМ.

В тоже время к НПМХМ можно относить все остальные известные [1, 2] методы: нелинейное подмешивание информационного сигнала в хаотический, хаотическая маскировка, переключение хаотических режимов (в некоторых случаях может быть также параметрическим [3]) и др.

В рамках данной работы предложен новый метод хаотической модуляции, суть которого заключается в модулировании параметра хаотического осциллятора передатчика по закону, полностью независимому от информационного сигнала $I(t)$, в связи с чем, данный метод было предложено называть *псевдопараметрической хаотической модуляцией* (ППХМ). Один из вариантов реализации системы скрытой передачи информации на основе ППХМ представлен на рис. 1.

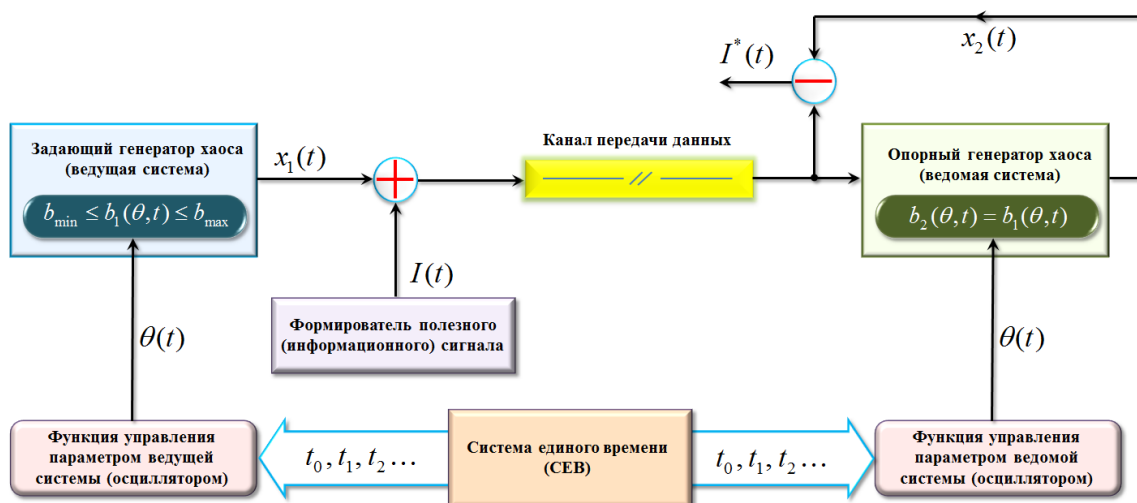


Рис. 1. Вариант способа передачи информации на основе ППХМ с хаотической маскировкой

Из данного рисунка видно, что параметр b_1 задающего генератора зависит от функции управления $\Theta(t)$ в некотором выделенном диапазоне значений $b_{\min} \leq b_1(\Theta, t) \leq b_{\max}$. При этом сам информационный сигнал $I(t)$ подмешивается в хаотический сигнал $x_1(t)$ с помощью широко известного метода хаотической маскировки [1]. Поскольку в данном случае рис. 1 иллюстрирует два независимых метода хаотической модуляции, поэтому корректно называть представленный выше способ передачи информации как «ППХМ с хаотической маскировкой информации».

Задачей системы единого времени, является синхронизация управления параметрами ведущей и ведомой систем таким образом, чтобы выполнялось условие идентичности значений параметров b_1 и b_2 в течение всего времени функционирования системы скрытой передачи информации, т.е.

$$b_1(\Theta, t) = b_2(\Theta, t). \quad (1)$$

В работе были рассмотрены как непрерывные функции управления $\Theta(t)$, так дискретные, при этом было установлено, что выбор той или иной конкретной функции напрямую зависит от конкретной модели динамического хаоса, а также от времени полной [2] синхронизации ведущей и ведомой систем.

Таким образом, условие (1) при практической реализации обсуждаемой здесь системы скрытой передачи информации требует применения не только прецизионных [1] генераторов хаоса, но и генераторов с минимальным временем синхронизации [4]. Нельзя здесь также не отметить, что ППХМ может быть на практике реализована и с другими НПХМ, в частности, с теми которые были упомянуты вначале.

Некоторые полученные результаты. В работе выполнено численное моделирование системы, изображенной на рис. 1, для четырех моделей хаоса, реализуемых в непрерывных динамических системах: система Лоренца, система Ресслера, система Томаса (в режиме аттрактора без «лабиринтного» хаоса) и система (генератор с инерционной нелинейностью) Анищенко-Астахова. Во всех случаях исследование сводилось к подбору точных значений параметров хаотических осцилляторов и начальных условий с целью минимизации времени синхронизации ведущих и ведомых систем.

В рамках данной работы проведен сравнительный анализ времени синхронизации четырех типов генераторов, для чего предварительно были также исследованы оптимальные параметры систем ОДУ, влияющие на снижение времени синхронизации. Определены диапазоны варьирования значений параметров генераторов, при которых для каждой из них может быть реализована передача информации на основе ППХМ с хаотической маскировкой без применения методов адаптивного наблюдателя [5, 6].

ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Дмитриев, А.И. Панас “Динамический хаос: новые носители информации для систем связи”. – М.: Изд-во ФИЗМАТЛИТ, 2002.
2. А.А. Короновский и др. // УФН. Т. 179, №12, 2009. С. 1281 – 1308.
3. Tsun-I Chien, The-Lu Liao. // Chaos, Solitons and Fractals, 24, 2005. P. 241 – 255.
4. А.А. Прохоров, Е.С. Мчедлова // ЖТФ, 2008, Т. 78, Вып. 11. С. 77 – 84.
5. В.В. Матросов, В.Д. Шалфеев // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, №5 (3), С. 292 – 299.
6. Б.Р. Адриевский, Фрадков А.Л. // Управление большими системами. Вып. 23. С. 56 – 80.

Сглаженные и гладкие модификации «лабиринтного» хаоса Томаса и их приложения к системам конфиденциальной связи

Л.В. Савкин

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
solaris.rafo@gmail.com

Введение. Открытие в 1990 году явления *хаотической синхронизации* [1] (или явление *синхронного хаотического отклика* [2]) послужило мощным толчком в развитии систем конфиденциальной связи, в которых в качестве носителя информационного сигнала используется динамический хаос. Весьма широкое разнообразие существующих на сегодняшний день хаотических систем конфиденциальной связи (ХСКС) можно связывать с тремя основными аспектами. Во-первых, существует значительное число способов ввода информационного сигнала в хаотический [3, 4], что во многом превышает общее число традиционных методов модулирования гармонических сигналов. Причем, в последнем случае, безусловно, учитываются и комбинированные подходы, основанные на базовых методах модулирования параметров несущего гармонического сигнала (амплитуда, частота или фаза). Во-вторых, заметную роль играет широкое разнообразие самих моделей динамического хаоса (системы Лоренца, Рёсслера, Аизавы и многие др.), которые довольно эффективно могут быть использованы в ХСКС для формирования (генерации) несущего хаотического сигнала. Важно также отметить, что сами модели динамического хаоса могут быть как дискретными (каскадный хаос), так и непрерывными (поточковый хаос). В-третьих, с каждым годом непрерывно растет число публикаций, посвященных совершенствованию методов выделения информационного сигнала на приемной стороне ХСКС, т.е. методов *хаотической демодуляции*.

С точки зрения *второго* аспекта в настоящей работе предложено использовать два типа модификаций «лабиринтного» хаоса Томаса [5], который ранее не рассматривался с целью построения ХСКС. При этом основной акцент в данной работе сделан на передачу *цифровой* информации, которая может быть закодирована с помощью одного из двух методов, которые также будут предложены ниже. Прежде всего, следует отметить, что сглаженный и гладкий «лабиринтный» хаос обладают весьма специфическими (с точки зрения геометрии) фазовыми портретами, главной особенностью которых является их ярко выраженная ортогональность по сравнению со стандартной системой Томаса (рис. 1).

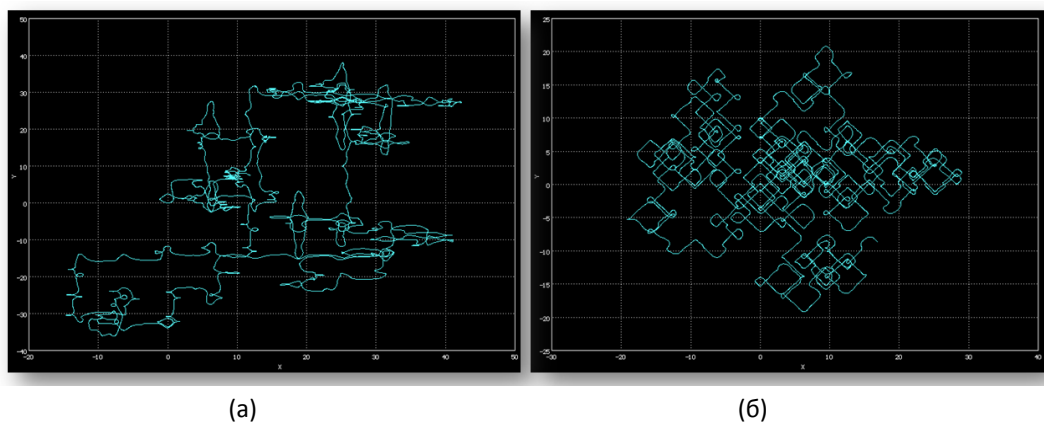


Рис. 1. Проекция фазовых портретов сглаженного (а) и гладкого (б) «лабиринтного» хаоса Томаса на плоскость Oxy

Этот факт делает возможным использование модификаций «лабиринтного» хаоса в ХСКС для цифровой передачи информации, и, в частности, для ее кодирования.

1. Полигармонические модификации, реализующие сглаженный «лабиринтный» хаос Томаса описываются системами обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) вида

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a_0 G_0(\gamma_0 y) + \sum_{i=1}^r a_i G_i(\gamma_i y) - b_1 x, \\ \dot{y} &= a_0 G_0(\gamma_0 z) + \sum_{i=1}^r a_i G_i(\gamma_i z) - b_2 y, \\ \dot{z} &= a_0 G_0(\gamma_0 x) + \sum_{i=1}^r a_i G_i(\gamma_i x) - b_3 z,\end{aligned}\tag{1}$$

где члены с нулевым индексом образуют стандартную систему Томаса и при параметрах диссипации $b_1, b_2, b_3 \rightarrow 0$ фазовый портрет данной системы представляет собой классический «лабиринтный» хаос; члены выделенные под знаком суммы образуют ангармонические слагаемые; G – представляет собой гармоническую функцию; a и γ – параметры симметрии системы Томаса.

При добавлении дополнительных гармонических членов в правые части системы ОДУ резко возрастает время синхронизации ведущей и ведомой систем. Поэтому сглаженный «лабиринтный» хаос, полученный на основе полигармонических (ангармонических) слагаемых не эффективно использовать в качестве несущего сигнала в известных [3, 4] методах хаотической модуляции.

2. Системы Томаса-Готханса-Петрзела (ТГП-системы), реализующие гладкий «лабиринтный» хаос Томаса описываются системой ОДУ вида [6]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a_1 \text{sign}(\sin y) - bx \\ \dot{y} &= a_2 \text{sign}(\sin z) - by \\ \dot{z} &= a_3 \text{sign}(\sin x) - bz\end{aligned}\tag{2}$$

где $\text{sign}(\circ)$ – знаковая функция, принимающая значения +1, 0 и -1, когда ее аргумент, соответственно, больше, равен или меньше нуля; a_1, a_2, a_3 – параметры симметрии ТГП-системы; b – параметр ее диссипации.

3. Два метода кодирования информационных сообщений. Оба предлагаемых метода основаны на том, чтобы за конечное время реализации модифицированного «лабиринтного» хаоса Δt на передающей стороне получить некоторую одиночную пачку двоичных символов длиной в k разрядов $B_k(n)$. Сообщение $I(n)$, которое необходимо передать, в свою очередь, должно быть предварительно «разбито» на некоторый набор $R_k^j(n)$, состоящий из k -разрядных пачек (здесь j – общее число таких пачек). После чего посредством суммирования по модулю 2 производится кодирование первой пачки с пачками, образующими передаваемое сообщение, т.е.

$$R_k^j(n) \oplus B_k(n) = S_k^j(n),\tag{3}$$

где $S_k^j(n)$ - результирующее кодированное сообщение, поступающее через канал передачи данных на сторону приемного устройства ХСКС.

Далее полагая, что генераторы модифицированного «лабиринтного» хаоса полностью идентичны (как по параметрам, так и начальным условиям для решения системы ОДУ (1) или (2)), легко выделить передаваемое сообщение $R_k^j(n)$ с помощью процедуры, аналогичной процедуре (3), а именно

$$R_k^j(n) = B_k(n) \oplus S_k^j(n). \quad (4)$$

После этого, в формирователе k -разрядных пачек будет «собрано» исходное сообщение $I(t)$. Весь вышеописанный процесс наглядно иллюстрирует рис. 2.

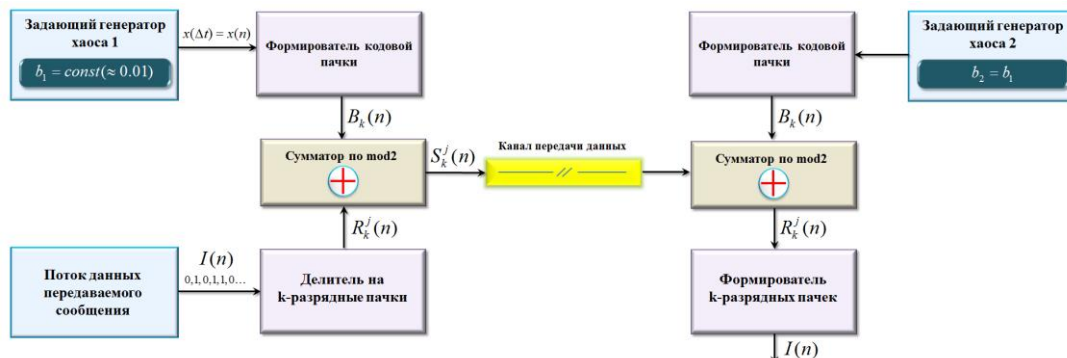


Рис. 2. Принцип кодирования информационных сообщений с помощью «лабиринтного» хаоса

Теперь поясним суть методов формирования кодовой пачки $B_k(n)$ в передающем устройстве ХСКС.

3.1. Метод сечений Пуанкаре. Этот метод заключается в том, что в фазовом пространстве можно выделить некоторую плоскость (сечение) $\Gamma(x)$, через которую будет проходить фазовая траектория, причем в рамках решения только одной задачи Коши. Данное утверждение означает необходимость выбора наиболее оптимальных начальных условий (подразумевается, что параметры системы ОДУ уже подобраны), при которых локальные фрагменты фазовых траекторий будут в некоторой степени симметричны и «разборчивы» с точки зрения ортогональности. Это, в свою очередь, позволит разбить сечение Пуанкаре на несколько ячеек, присвоив им порядковые номера. На основе присутствия фазовой траектории в той или иной ячейке $\Gamma_v(x)$ (v – условный порядковый номер ячейки) возможно будет осуществлять формирование кодовой пачки (например, обычным переводом из десятичной системы счисления в двоичную).

3.2. Метод проекций фазовых портретов на плоскости координат. Как не трудно догадаться, этот метод заключается в разбиении на ячейки одной из плоскостей координат. Таким образом, здесь формирование кодовой пачки будет осуществляться уже на основе проекций хаотических решений на предварительно «размеченной» плоскости координат.

Выводы. Предложены два метода кодирования информационных сообщений с использованием сглаженных и гладких модификаций «лабиринтного» хаоса Томаса. Первый способ заключается в регистрации локальных хаотических решений на сечении Пуанкаре, а второй – на фрагментах координатной плоскости.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.M. Pecora, T.L. Carrol // Phys. Rev. E. 1990. V. 64. No 8. P. 821 - 824.
2. А.Р. Волковский, Рульков Н.В. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 3. С. 71-75.
3. А.С. Дмитриев и др. «Генерация хаоса». – М.: Техносфера, 2012.
4. А.А. Короновский и др. // УФН. Т. 179, №12, 2009. С. 1281 – 1308.
5. J.C. Sprott, K.S. Chlouverakis // International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 17, No. 6, 2007. P. 2097 - 2108.
6. J. Petrzela, T. Gotthans // Recent Researches in Mathematical Methods in Electrical Engineering and Computer Science (Conf. Paper), 2011, P. 206 – 879.

Синхронные режимы, возникающие в полупроводниковых сверхрешетках в присутствии наклонного магнитного поля и внешнего воздействия

А.О. Сельский^{1,2}, А.А. Короновский¹, О.И. Москаленко¹, А.Е. Храмов²
¹ ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»
² ФГБОУ ВО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»
feanorberserk@gmail.com

Полупроводниковые сверхрешетки - сложные наноструктуры, состоящие из нескольких чередующихся тонких (~10 нм) слоев различных полупроводниковых материалов, которые возможно использовать для генерации и управления высокочастотными колебаниями [1, 2]. В последнее время большой интерес представляет исследование подобных наноструктур с позиций нелинейной динамики [3]. В связи с этим в настоящей работе была рассмотрена возможность существования синхронных режимов в полупроводниковой сверхрешетке под влиянием внешнего воздействия.

Типовой моделью при описании процессов транспорта заряда в полупроводниковой сверхрешетке является система уравнений, включающая в себя уравнение непрерывности, уравнение Пуассона и выражение для плотности тока с учетом дрейфовой скорости электрона [1, 4]:

$$\begin{aligned} e\Delta x \frac{\partial n_m}{\partial t} &= J_{m-1} - J_m \\ F_{m+1} &= \frac{e\Delta x}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} (n_m - n_{D0}) + F_m \\ J_m &= en_m v_d (\bar{F}_m) \end{aligned} \quad (1)$$

где t обозначает время, а величина $\Delta x = 0.24$ нм является шириной слоев при моделировании процессов в полупроводниковой сверхрешетке. Величины $n_m(t)$, $F_m(t)$ и $J_m(t)$ определяют концентрацию, напряженность электрического поля и плотность тока в m -том слое сверхрешетки. Параметры $\varepsilon_0, \varepsilon_r = 12.5$ соответствуют абсолютной и относительной диэлектрическим проницаемостям; $n_{D0} = 3 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$ – равновесная концентрация электронов; v_d – дрейфовая скорость электрона, вычисленная для среднего значения напряженности электрического поля \bar{F}_m , и $e > 0$ – заряд электрона. Зависимость дрейфовой скорости, входящей в уравнение (1), от напряженности электрического поля определяется по формуле Эсаки-Тсу [2].

Следуя работам [4, 5], будем считать, что контакты на эмиттере и коллекторе сверхрешетки омические, тогда плотность тока J_0 через эмиттер будет определяться проводимостью контакта $\sigma = 3788 \text{ S}$, $J_0 = \sigma F(0)$, напряженность электрического поля $F(0)$ может быть найдена из граничных условий

$$V = U + \frac{\Delta x}{2} \sum_{m=1}^N (F_m + F_{m+1}), \quad (2)$$

где V – напряжение, приложенное к сверхрешетке, U описывает падение напряжения на контактах [5].

Под действием внешнего воздействия приложенное к сверхрешетке напряжение, V , будет рассчитываться по формуле:

$$V = V_0 + V_m \cos(\omega_e t + \varphi_0), \quad (3)$$

где V_0 – постоянное напряжение, приложенное к полупроводниковой сверхрешетке, V_m – амплитуда внешнего воздействия, ω_e – круговая частота внешнего воздействия, φ_0 – начальная фаза. Так, внешнее воздействие на сверхрешетку представляет собой модуляцию приложенного напряжения.

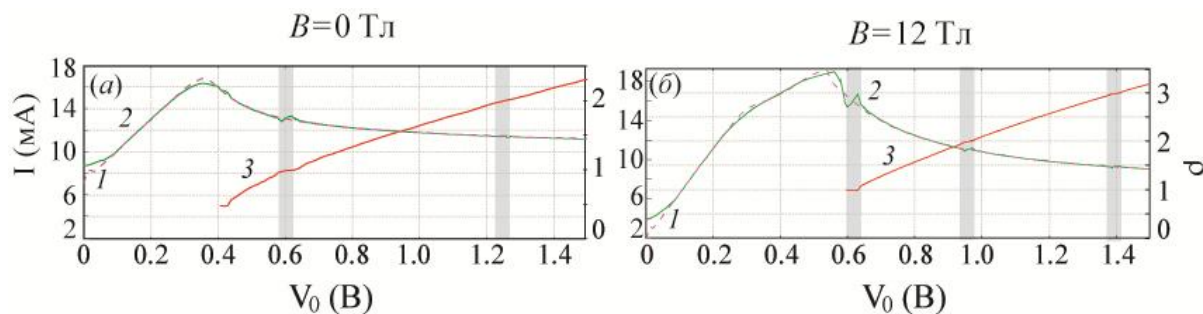


Рис. 1. (а,б) Вольт-амперные характеристики в отсутствии (кривая 1) и при наличии (кривая 2) внешнего воздействия ($V_m = 60$ мВ, $f_e = f_0$, где f_0 – собственная частота формирования доменов) и отношение собственной и внешней частот ρ от напряжения V_0 (кривая 3) рассчитанные для $B = 0$ Тл (а) и $B = 12$ Тл, $\theta = 40^\circ$ (б)

На рис. 1 приведены типичные вольт-амперные характеристики для случая без внешнего воздействия (кривые 1), которые подробно описаны в [4]. Характеристики под действием внешнего воздействия показаны кривыми 2. Отличия от случая без воздействия заключается в наличии пиков тока, выделенных на рисунке серым цветом. Можно предположить, что данные пики соответствуют установлению синхронных режимов в сверхрешетке. Режим считается синхронным, если частота собственных колебаний тока находится в рациональном отношении с частотой внешнего воздействия.

Для характеристики режима, наблюдаемого в сверхрешетке, вычислим число вращения $\rho = \omega_e / \omega_0$ (здесь ω_0 – круговая частота собственных колебаний тока в сверхрешетке). Если ρ – целое число, наблюдается кратное отношение частот и, соответственно, синхронный режим. Зависимости числа вращения от напряжения, приложенного к структуре, показаны на рисунке 1 кривыми 3. «Полочки» на данной зависимости соответствуют синхронным режимам с соответствующими целыми числами вращения. Данные области выделены на рисунке серым цветом. Видно, что пики тока на кривых 2 связаны с синхронными режимами в полупроводниковых сверхрешетках.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-32-00182).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Wacker // Phys. Rep. 2002. V. 357. P. 1-111.
2. L. Esaki, R. Tsu // IBM J. Res. Develop. 1970. V. 14. P. 61-65.
3. M.T. Greenaway et al. // Phys. Rev B. 2009. V. 80. P. 205318.
4. A.O. Selskii et. al. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 235311.
5. А.Г. Баланов, М.Т. Гринавей и др. // ЖЭТФ. 2012. Т. 141. С. 960-965.

Диагностика синхронизации контуров вегетативной регуляции кровообращения по длинным нестационарным временным рядам

В.В. Сказкина¹, Е.И. Боровкова¹, А.Р. Киселев², В.И. Пономаренко³,
М.Д. Прохоров³, А.С. Караваев¹

¹ ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии

² ФГБОУ ВО Саратовский ГМУ им. В.И. Разумовского Минздрава России

³ ФГБУН «Саратовский филиал института радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН»

SkazkinaVV@yandex.ru

Изучены особенности ультранизкочастотной динамики взаимодействия механизмов вегетативной регуляции кровообращения. Впервые выявлены высокоамплитудные колебания индекса фазовой синхронизации процессов регуляции сердечного ритма и тонуса сосудистой стенки артерии с характерным периодом 1000 секунд.

Введение

Современные представления об организации вегетативной регуляции сердечно-сосудистой системы (далее ССС) указывают на наличие в ней основного автоколебательного процесса на частоте в области 0.1 Гц (низкочастотная область спектра далее указывается как LF – low frequency; 0,05-0,15 Гц). По имеющиеся на данный момент понятиям, данный колебательный процесс характеризует основные свойства центрального звена вегетативной системы регуляции. В наших предшествующих работах были исследованы 0.1 Гц ритмы при анализе вариабельности сердечного ритма и тонуса сосудистой стенки артерий [1-4]. Наличие 0.1 Гц колебаний и в процессах регуляции сердца, и процессах регуляции тонуса сосудов свидетельствует о значении данного механизма управления в функционировании всей ССС. Таким образом, колебания изучаемого нами низкочастотного диапазона в системе вегетативного управления можно считать общим системным механизмом контроля.

Взаимодействия 0.1 Гц ритмов ССС и возможность их синхронизации между собой являются актуальной и малоизученной на данный момент темой. В наших предшествующих исследованиях был предложен новый показатель – суммарный процент фазовой синхронизации (индекс S) – для оценки качества взаимодействия низкочастотных механизмов вегетативной (прежде всего, барорефлекторной) регуляции кровообращения (в частности, ритма сердца и периферического кровенаполнения) [1]. Расчет индекса S основан на количественной оценке фазовой синхронизации LF-колебаний, выделяемых из синхронных 10 минутных записей кардиоинтерваллограммы (КИГ) и фотоплетизмограммы (ФПГ) [1, 2]. Было показано, что исследуемые низкочастотные колебания, характеризующие вегетативную регуляцию разных отделов сердечно-сосудистой системы, могут спорадически демонстрировать длительные участки фазовой синхронизации [1, 3, 4], количественная оценка которых с помощью предложенного индекса S позволяет оценивать выраженность системной вегетативной дисфункции, что имеет важное клиническое значение [5-7]. Так в ходе экспериментов было определено, что высокий уровень синхронизации процессов регуляции свойственен молодым людям с хорошей физической формой, в то время как низкий уровень наблюдается у пациентов, перенесших инфаркт миокарда и прочие тяжелые патологии ССС.

Однако механизмы взаимодействия изучаемых LF-колебательных процессов в сердечно-сосудистой системе в деталях неизвестны. Современные представления о функциональной организации вегетативной нервной системы указывают на важную

роль гуморальной регуляции в модуляции активности ее отделов, что проявляется на частотах, соответствующих так называемому «очень низкочастотному» (VLF – very low frequency; 0,003-0,04 Гц) и «сверхнизкочастотному» (ULF – ultra low frequency; $\leq 0,003$ Гц) диапазонам в вариабельности ритма сердца (ВРС) [8]. Не меньший интерес представляют и высокочастотные (HF – high frequency; 0,15-0,40 Гц) колебания, обусловленные, прежде всего, дыхательно-парасимпатическими влияниями [8], взаимоотношения которых с более низкочастотными колебаниями в ССС также требуют уточнения.

Анализ низкочастотных составляющих биологических сигналов сердечно-сосудистой системы требует постановки специализированных экспериментов с достаточно длительной их регистрацией, что ограничивает возможности исследователей. В тоже время, изучение данных частотных диапазонов вариабельности сердечного ритма на данный момент является актуальной задачей, которая также позволит сформировать фундаментальные представления о регуляции ССС и помочь диагностике прогрессирования недостаточности аортального клапана у бессимптомных и минимально симптомных пациентов с хронической недостаточностью аортального клапана, требующей своевременного хирургического лечения [12] и в других клинических ситуациях [9-11].

Таким образом, **целью** данного исследования является изучение особенностей ультранизкочастотной динамики взаимодействия механизмов вегетативной регуляции сердечно-сосудистой системы на временных масштабах порядка сотен секунд по длительным нестационарным временным рядам.

Материал и методы

В ходе экспериментов были получены 23 одновременные записи электрокардиограммы (ЭКГ) и фотоплетизмограммы сосудов (ФПГ). В серии экспериментов приняло участие 23 условно здоровых добровольца в возрасте 19-21 года (13 мужчин, 10 женщин).

Синхронную регистрацию ЭКГ и ФПГ осуществляли с частотой дискретизации 250 Гц при 14-разрядном разрешении стандартным сертифицированным прибором-регистратором ЭЭГА-21/26 «Энцефалан-131-03» (Медиком-МТД, г. Таганрог). Для регистрации сигнала ФПГ был задействован инфракрасный датчик отраженного света, помещенный на дистальную фалангу безымянного пальца левой руки. Регистрация сигнала ЭКГ осуществлялась в I стандартном отведении по Эйнтховену. Информация о ВРС была получена из ЭКГ с помощью выделения кардиоинтерваллограммы (КИГ) [8]. Все время проведения съема данных (2 часа) испытуемый находился в положении лежа и дышал произвольно.

В ходе анализа данных особое внимание уделялось использованию развиваемых нами оригинальных методов, основанных на анализе динамики мгновенных фаз колебаний в КИГ и ФПГ [1, 2], но также не остались в стороне и классические подходы спектрального и статистического анализа ВРС.

Для исследования коллективной динамики низкочастотных колебаний КИГ и ФПГ в скользящих окнах длиной 5 минут со сдвигом 10 секунд проводилась количественная оценка индекса фазовой синхронизации S между исследуемыми системами с помощью предложенного ранее метода [1]. Таким образом, формировалась зависимость индекса S от времени – $S(t)$.

Для исследования частотных свойств $S(t)$, $LF_{RR}(t)$, $HF_{RR}(t)$, $LF_{PPG}(t)$ и $HF_{PPG}(t)$ осуществлялся их спектральный анализ. Однако когда длина реализации нестационарного сигнала составляет порядка и менее 10 характерных периодов исследуемых сигналов использование классических методов Фурье-анализа

затруднительно и в данной работе использовался метод спектрального оценивания, основанный на вейвлет-преобразовании с помощью анализа вейвлет-спектров Морле. В соответствии с известными рекомендациями [13, 14], в ходе такого анализа был выделен скелетон вейвлетного спектра и проведен анализ частотных составляющих, для которых наиболее вероятно наибольшая амплитуда в вейвлетном спектре, с помощью оценки по всей выборке испытуемых плотности распределения вероятности частот $S(t)$, $LF_{RR}(t)$, $HF_{RR}(t)$, $LF_{PPG}(t)$ и $HF_{PPG}(t)$.

Результат

Типичные зависимости рассчитанных показателей представлены на рисунке 1. В ходе спектрального анализа было установлено, что рассчитанные показатели имеют мощные частотные составляющие, соответствующие колебаниям с частотой $\leq 0,003$ Гц (ULF-частотный диапазон ВРС). В качестве иллюстрации подобной картины на рис. 2 представлена плотность вероятности распределения частот для $S(t)$, построенная по всей экспериментальной выборке записей 23 испытуемых. Важно отметить, что такие осцилляции с периодами около 1000 секунд, определяемые с помощью спектрального анализа, хорошо различимые при непосредственном визуальном анализе $S(t)$, были выявлены впервые.

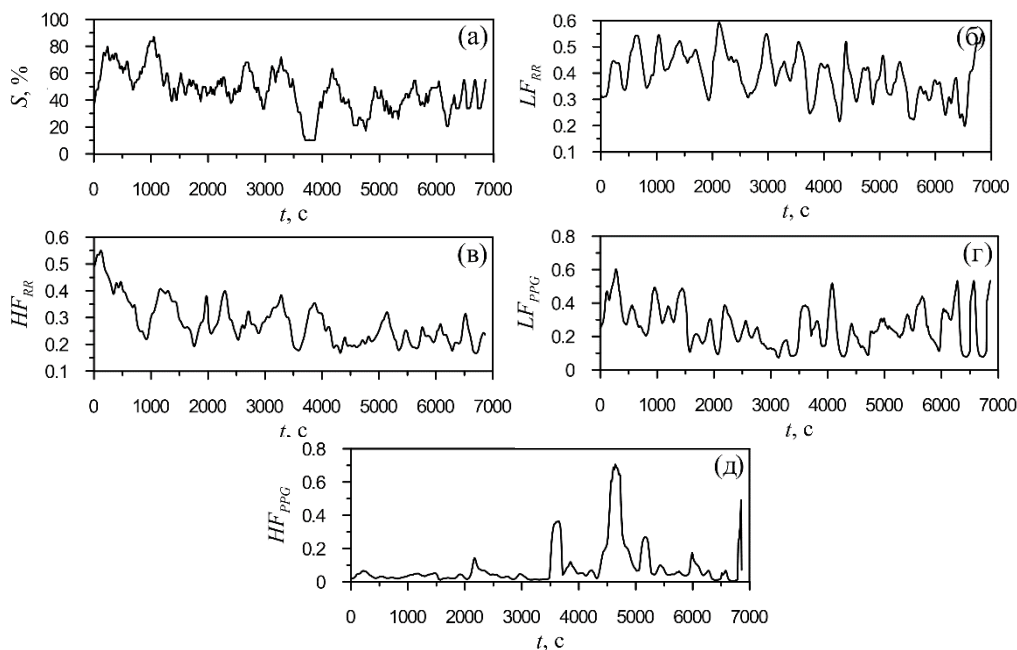


Рис. 1. Зависимости (а) – $S(t)$, (б) – $LF_{RR}(t)$, (в) – $HF_{RR}(t)$, (г) – $LF_{PPG}(t)$, (д) – $HF_{PPG}(t)$ для испытуемого №5.

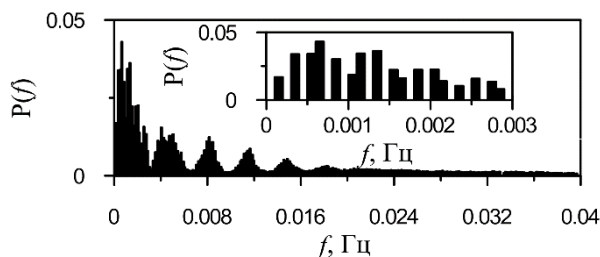


Рис. 2. Плотность вероятности распределения частот для $S(t)$, построенной по всей экспериментальной выборке записей 23 испытуемых.

В ходе исследований динамики качества фазовой синхронизации низкочастотных процессов регуляции частоты сердечных сокращений и тонуса артерий были впервые выявлены ее колебания с характерным периодом около 1000 секунд.

Было показано, что низкочастотная вегетативная регуляция сердца и барорефлекторная регуляция сосудистого тонуса с характерными частотами около 0,1 Гц могут рассматриваться как две относительно независимые взаимодействующие автоколебательные системы. Причем колебания степени их синхронизации, по видимости, обусловлены преимущественно модуляцией силы связи между ними со стороны гуморальной регуляции. Полученные результаты позволяют предположить, что выявленные колебания значения суммарного процента фазовой синхронизации с характерным периодом около 1000 секунд являются следствием такой модуляции силы связи.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №14-12-00291.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Р. Киселев и др. // Кардио-ИТ. 2016; V. 3. No. 1. P. 0101.
2. Б.П. Безручко и др. // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2009. V. 17. No. 6. С. 44-56.
3. M.D. Prokhorov et al. // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 41913
4. А.Р. Киселев и др. // Физиология человека. 2007. Т. 33. В. 2. С.69-75.
5. А.Р. Киселев и др. // Саратовский научно-медицинский журнал. 2010. В. 6. С. 328-338.
6. А.Р. Киселев и др. // Терапевтический архив. 2007. Т. 79. В. 4. С. 23-31.
7. А.Р. Киселев и др. // Артериальная гипертензия. 2011. Т. 17. В. 4. С. 354-360.
8. Task Force of the European Society of Cardiology and the North American Society of Pacing and Electrophysiology. Circulation 1996. V. 93. P. 1043–1065.
9. Jr. J.T. Bigger et al. // Circulation. 1992. V. 85. No. 1. P. 164-171.
10. H.V. Huikuri et al. // Circulation. 1996. V. 93. No. 10. P. 1836-1844.
11. H. Tsuji et al. // Circulation. 1994. V. 90. No. 2. P 878-883.
12. L.A. Freed et al. // Am J Cardiol. 1997. V. 79. No. 11. P. 1482-1487.
13. А.Е. Hramov et al. // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. P. 026208.
14. А.Е. Hramov et al. // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. P. 056207.
15. A.C. Guyton, Coleman T.G., Granger H.J. // Annu Rev. Physiol. 1972. V. 34. P. 13-46.
16. J. Ringwood et al. // Elsevier Ltd. 2006. P. 369-374.
17. C. Julien // Cardiovascular Research. 2006. V. 70. P. 12–21.
18. R.L. Cooley et al. // Circulation. 1998. V. 98. P. 556-561.
19. А.С. Караваев и др. // Физиология человека. 2013. Т. 39. В. 4. С. 93-104.
20. A.S. Karavaev et al. // J. Am. Soc. Hypertens. 2016. Т. 10. В. 3. P. 235-243.

Связь между локальными и глобальными характеристиками динамики нейронной сети головного мозга при эпилепсии

А.Е. Храмов^{1,2}, В.А. Максименко¹

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов, Россия

²Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

hramovae@gmail.com

В докладе рассматривается возможность анализа процессов формирования различных типов активности в нейронной сети головного мозга по измеряемым интегральным макросигналам. С использованием разработанных методов экспериментально выявлены энцефалографические биомаркеры-предшественники эпилептических разрядов.

Генерализованные пик-волновые разряды – электроэнцефалографический маркер абсанс эпилепсии – генерируются таламо-кортикальной нейронной сетью [1]. Долгое время преобладало мнение, что пик-волновые разряды непредсказуемы и спонтанно формируются на фоновой ЭЭГ [2]. Однако анализ имеющихся наборов данных ЭЭГ с использованием современных радиофизических методов диагностики нестационарных сигналов, показал, что имеются некоторые изменения в связи между корой и ядрами таламуса, которые могут быть зафиксированы на интервале до 2-х секунд до начала эпилептического разряда [3], а сами пик-волновые разряды предвараются дельта- и альфа/тета-предшественниками в коре головного мозга и таламусе [4].

Все эксперименты проводились в Дондеровском центре сознания Радбаут университета Наймеген (Нидерланды) и были одобрены этическим комитетом по экспериментам на животных Радбауд университета (RU-DEC). В качестве экспериментальных животных использовались самцы крыс линии WAG/Rij возрастом 6-7 месяцев и весом порядка 320-370 грамм. До вживления электродов крысы содержались парами, после – поодиночке в условиях 12:12 светового цикла (темная фаза соответствовала времени 8:30-20:30). Каждому животному были имплантированы 3 кортикальных и 4 таламических электродов для регистрации ЭЭГ. Точность расположения электродов контролировалась с использованием гистологического контроля *in vitro* в соответствии с атласом мозга крыс.

Основываясь на модели многослойной сети осцилляторов Курамото [5] мы разработали подход, основанный на вейвлетном преобразовании интегральных сигналов сети и позволяющий оценить степень связи между формируемыми в сети на различных слоях кластерами.

На втором этапе исследований мы применили разработанный метод к изучению процессов в таламо-кортикальной сети головного мозга крыс. Мы анализировали отрезки ЭЭГ, соответствующие началу и концу пик-волнового разряда, а также сну и бодрствованию животных (см. рис. 1) и показали, что структура связей в таламокортикальной сети существенно меняется при формировании и разрушении пик-волнового разряда.

Мы анализировали процессы в различных частотных диапазонах – низкочастотном (дельта 1-5 Гц) диапазоне, диапазоне пик-волнового разряда (5-10 Гц) и высокочастотном диапазоне (альфа/тета 10-20 Гц) – и показали существенную структуру формирующихся связей в них с течением времени, как показано на рис. 2 для различных частотных диапазонов в различных состояниях животного. Хорошо видно, что формирование пик-волнового разряда связано с усилением взаимодействия кортекса и таламуса в то время как разрушение пик-волнового разряда определяется выходом из взаимодействия таламуса с одновременным усилением кортикальных взаимодействий.

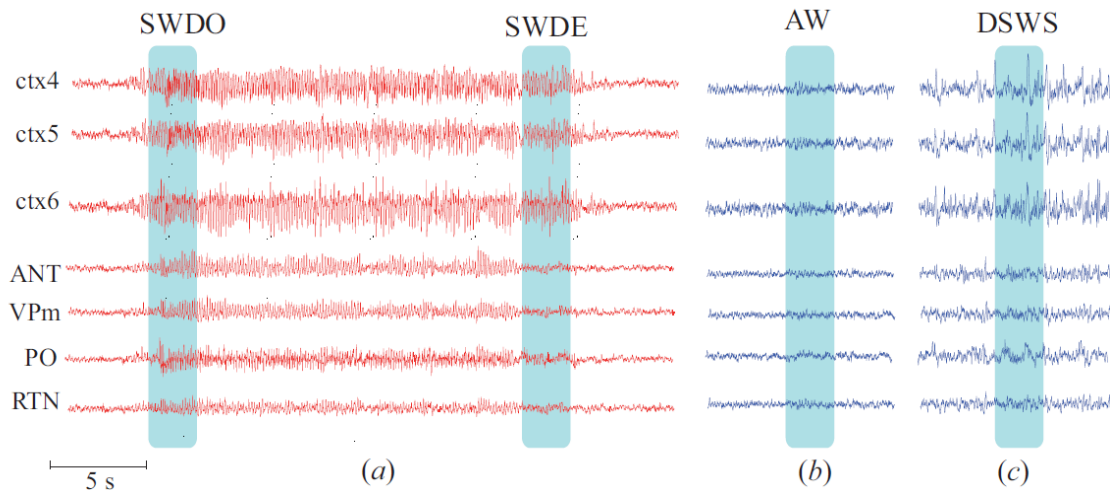


Рис. 1. Типичные анализируемые отрезки ЭЭГ крыс из трех слоев кортекса (ctx4-ctx6), 4х ядер таламуса (ANT, VPM, PO и RTN) в начале (SWDO) и конце (SWDE) эпилептического разряда (a), во время бодрствования (AW) (b) и сна при формировании сонных веретен (DSWS) (c).

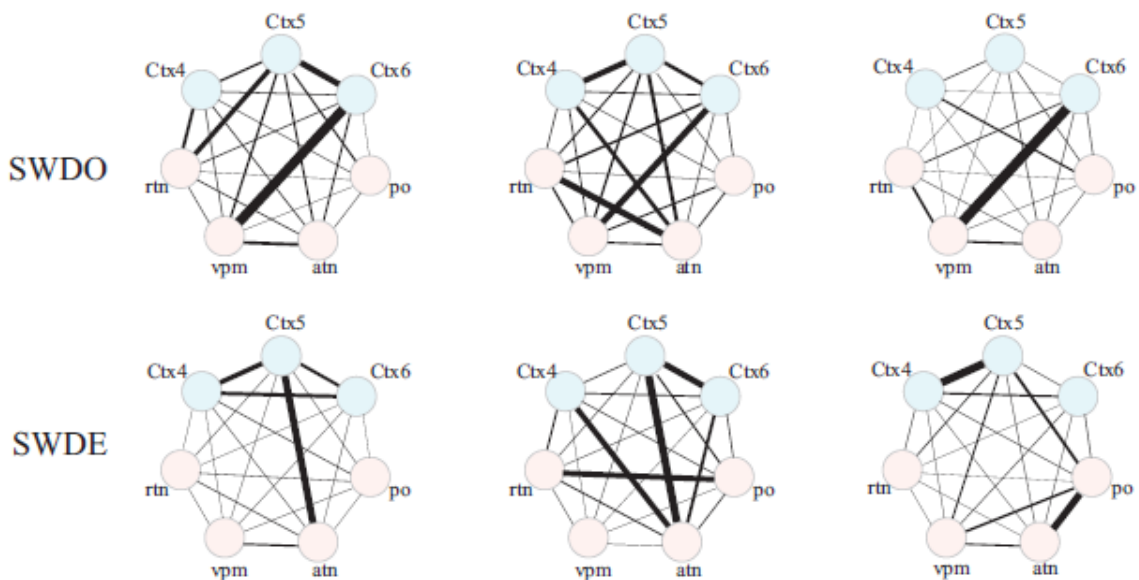


Рис. 2. Формирующиеся связи в таламо-кортикальной сети головного мозга крысы в начале и конце пик-волнового разряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Feldwisch-Drentrup, et al. // *Epilepsia* 2010. V. 51, P. 1598.
2. F.H.L. Lopes da Silva, et al. // *IEEE Trans. Biomedical Engineering* 2003. V. 50, P. 540.
3. J.R. Huguenard, D.A. McCormick. // *Trends in neurosciences* 2007. V. 30, P. 350.
4. G. van Luijelaar, A. Hramov, E. Sitnikova, A. Koronovskii // *Clinical neurophysiology*. 2011 V. 122, P. 687.
5. V.V. Makarov et al // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2016. V. 84 P. 23

«Волны-убийцы» в океане. Мифы и реальность

Н.К. Шелковников

Московский Государственный Университет имени Ломоносова
shelkovnikov@phys.msu.ru

Понятие о существовании так называемых «волн-убийц» (ВУ) в океане было известно с давних пор. Подтверждением этого явления были случаи гибели судов в океане. Завершающим этапом в понимании «реальности» этого явления стала инструментальная регистрация огромной одиночной волны, которая прошла через платформу «Дропнер» в Северном море.

В настоящее время по мнению некоторых зарубежных и российских ученых принято считать, что в мировом океане якобы существует особый вид волн в виде «волн-убийц». Считается, что высота этих волн может достигать 30м. Эти огромные одиночные волны возникают как бы «ниоткуда» и в считанные минуты исчезают «в никуда». Кроме того, ВУ возникают «сами по себе», как естественное явление. При этом не важно есть ли ветер или нет его. Более того, ВУ могут возникать из-за нелинейного взаимодействия волн друг с другом (явление волнового хаоса).

Такое представление о ВУ с нашей точки зрения является сомнительным, а иногда даже близким к мифическому. С другой стороны известно, что для понимания механизмов формирования морских волн, в том числе приливов, волн цунами и ветровых волн необходимо учитывать причины их вызывающие. Этими причинами являются сейсмические процессы в земной коре, влияние Луны и Солнца, а также воздействие на морскую поверхность турбулированного потока воздуха (ветра).

Поверхностные ветровые волны в океане являются яркой иллюстрацией процесса взаимодействия атмосферы и океана. Параметры таких волн изменчивы и определяются в основном средней скоростью ветра U и продолжительностью его действия, с увеличением которого высота волн h , их период T и длина λ растут. Однако, темпы роста параметров волн незначительны, так что типичные времена раскачки энергонесущих компонент волн превышают периоды самих волн на несколько порядков. Для типичного в океане диапазона значений $U = 10-30$ м/с фазовая скорость таких волн $\approx U$, а их длина и высота по данным измерений имеют следующие значения: $T \approx 50-20$ с, $h \approx 2-10$ м.

Анализ наблюдений, проведенных автором в Тихом, Атлантическом океанах, а также в Черном и Средиземном морях, показал, что при условиях глубокого моря (глубина $H \gg \lambda$) наблюдается периодическое появление цугов волн с одной максимальной волной («девятый вал»). Огромные одиночные волны в глубоком океане не наблюдаются. Они могут быть только в шельфовой зоне при условии мелкого моря и над топографическими особенностями морского дна (банки, хребты), где могут иметь место те же условия мелкого моря.

Для более детального исследования механизмов формирования цугов волн в условиях глубокой воды и уединенных (одиночных) волн в условиях мелкой воды нами были проведены эксперименты в лабораторном кольцевом аэрогидроканале. Внешний и внутренний его диаметры составляли соответственно 202 см и 165 см, высота — 40 см.

Было показано, что при развитии ветрового процесса, при определенной скорости ветра, периодически возникали цуги волн с наличием «девятого вала» (рис. 1) Слева представлены фрагменты волнограммы, где развитие волнения завершилось образованием уединенной волны (при скорости ветра 10 м/с), справа — в условиях, где ее формирования не последовало (при меньшем ветре 7 м/с).

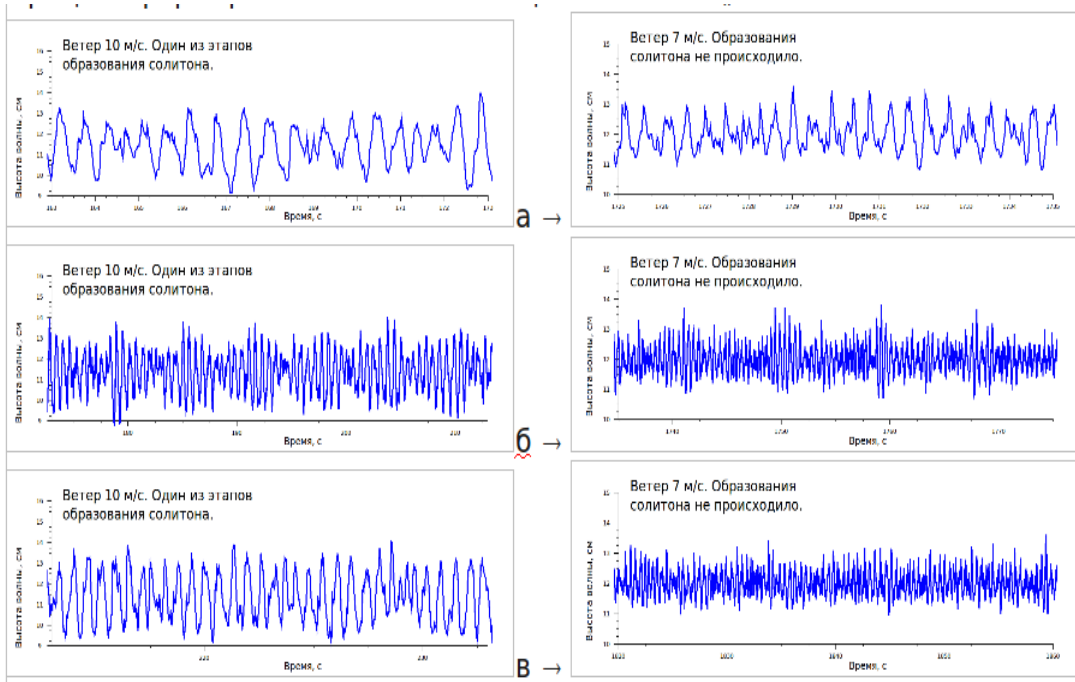


Рис. 1. Процесс формирования волн в кольцевом канале

На рис 1 показано что после фрагмента волнограммы 1а с периодическими волнами, практически сразу следует фрагмент записи 1б, где формируются цуги волн. Следующим этапом (рис 1в) была «перемежаемость», после которой снова следовал участок с цугами и цикл повторялся. Как слева, так и справа видны те же последовательности «перемежаемостей» и цугов волн. С увеличением ветра цугообразование более выражено, но последовательность этапов сохраняется.

На основании наблюдений в морях и океанах, а также в результате лабораторных экспериментов в кольцевом канале показано, что уединенные ветровые волны (которые иногда принимаются за волны-убийцы) возникают только под действием ветра, а не появляются «ниоткуда», а при уменьшении ветра они медленно затухают, а не исчезают «в никуда» (Рис 2).

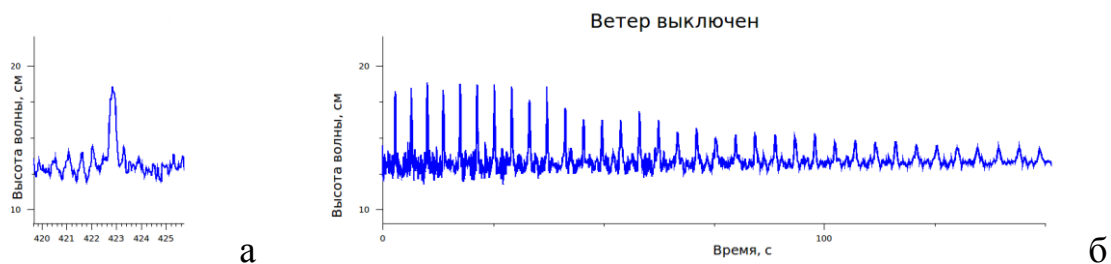


Рис. 2. Уединенная волна, возникающая под действием ветра (а) и процесс ее затухания в кольцевом канале (б)

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.К. Шелковников «Экстремальные волны в океане» // Известия РАН. Серия физическая, 80, № 2, с. 216-219 (2016).

Об одной форме дискретных отображений томсоновских осцилляторов с запаздыванием

В.В. Зайцев, А.Н. Шилин

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
zaitsev@samsu.ru

1. Модели с запаздывающими обратными связями (ЗОС) широко используются в исследованиях автоколебаний в радиочастотном, микроволновом и оптическом диапазонах и имеют множество других физических приложений.

Автоколебательные системы (АКС) с ЗОС часто характеризуются более сложной динамикой, чем классические АКС, в частности, они легко переходят в режимы генерации динамического хаоса. Сложная динамика в не меньшей степени присуща и системам, осциллирующим в дискретном времени (ДВ) [1]. В связи с этим ДВ–АКС с ЗОС представляют интерес как объекты исследований в рамках нелинейной динамики с дискретным временем, а также как источники радиосигналов сложной формы.

Способ перехода к дискретному времени в аналоговых моделях АКС в конечном счете существенным образом влияет динамические характеристики синтезированных ДВ-систем (дискретных отображений). В настоящем сообщении для проектирования дискретных отображений аналоговых АКС томсоновского типа с ЗОС использован метод структурного синтеза в сочетании с принципом инвариантности импульсных характеристик линейных резонаторов (см. также [2]).

2. В качестве основного прототипа в непрерывном времени выберем осциллятор с уравнением движения вида

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \omega_0 \gamma \frac{d}{dt} F(y(t-\tau)), \quad (1)$$

где ω_0 и Q – собственная частота и добротность резонансного контура АКС, γ – параметр цепи обратной связи с нелинейностью $F(y_\tau)$ и временем запаздывания τ . Формально при выполнении условий $Q \gg 1$, $\gamma \ll 1$ АКС (1) относится к классу томсоновских.

Используемый способ проектирования ДВ-осциллятора в определенном смысле можно назвать структурным, поскольку он опирается на представление о структурной схеме томсоновской АКС (1), как кольцевом соединении блоков «резонатор – нелинейный усилитель – запаздывающая обратная связь».

Динамическую (инерционную) часть АКС (1) представляет резонансный контур с дифференциальным уравнением движения

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \omega_0 \frac{d}{dt} x(t), \quad (2)$$

где $x(t)$ – сигнал возбуждения. Контур имеет импульсную характеристику

$$h(t) = \omega_0 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q} t\right) \left[\cos(\omega_1 t) - \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \sin(\omega_1 t) \right] \approx \omega_0 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q} t\right) \cos(\omega_0 t).$$

Её дискретные временные отсчеты, взятые с интервалом Δ , определяют импульсную характеристику ДВ-резонатора:

$$h[n] = \Delta \cdot h(t_n) = 2\pi\Delta\omega_0 \alpha^n \cos(2\pi\Delta\omega_0 n). \quad (3)$$

Здесь $\Omega_0 = \omega_0 \Delta / 2\pi$ – собственная частота контура, измеряемая в единицах частоты дискретизации $\omega_d = 2\pi / \Delta$; $\alpha = \exp(-\pi\Omega_0 / Q)$ – параметр диссипации.

Так как частотная характеристика ДВ-системы связана с ее импульсной характеристикой дискретным во времени преобразованием Фурье:

$$H(j\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} h[n] \exp(-j2\pi\Omega n),$$

то для (3), проведя вычисления, получим

$$\begin{aligned} H(j\Omega) &= H_+(j\Omega) + H_-(j\Omega) = \\ &= \frac{\pi\Omega_0}{1 - \alpha \exp(j2\pi\Omega_0) \exp(-j2\pi\Omega)} + \frac{\pi\Omega_0}{1 - \alpha \exp(-j2\pi\Omega_0) \exp(-j2\pi\Omega)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Эта частотная характеристика соответствует системе разностных уравнений движения вида

$$y[n] = y_+[n] + y_-[n], \quad y_+[n] = a_+ y_+[n-1] + b x[n], \quad y_-[n] = a_- y_-[n-1] + b x[n] \quad (5)$$

с коэффициентами

$$a_+ = \alpha \exp(j2\pi\Omega_0), \quad a_- = \alpha \exp(-j2\pi\Omega_0), \quad b = \pi\Omega_0.$$

Отметим, что $a_- = a_+^*$, поэтому при действительном сигнале $y[n]$ осцилляции $y_-[n]$ комплексно сопряжены по отношению к $y_+[n]$: $y_-[n] = y_+^*[n]$.

В автоколебательной системе с уравнением движения (1) роль сигнала возбуждения $x(t)$ играет сигнал на выходе нелинейного усилителя, вход которого через ЗОС связан с выходом контура $y(t)$:

$$x(t) = \gamma F(y(t-\tau)) = \gamma G(y(t-\tau)) y(t-\tau). \quad (6)$$

С учетом этой связи система разностных уравнений движения томсоновского ДВ-осциллятора с ЗОС принимает вид

$$\begin{aligned} y[n] &= y_+[n] + y_-[n], \\ y_+[n] &= \alpha \exp(j2\pi\Omega_0) y_+[n-1] + \pi\Omega_0 \gamma F(y[n-d]), \\ y_-[n] &= \alpha \exp(-j2\pi\Omega_0) y_-[n-1] + \pi\Omega_0 \gamma F(y[n-d]). \end{aligned} \quad (7)$$

При этом считается, что запаздывание составляет целое число интервалов дискретизации: $\tau = d\Delta$. При использовании операции комплексного сопряжения система (7) преобразуется к виду

$$y[n] = 2\operatorname{Re}\{y_+[n]\}, \quad y_+[n] = \alpha \exp(j2\pi\Omega_0) y_+[n-1] + \pi\Omega_0 \gamma F(y[n-d]). \quad (8)$$

Сформированное таким образом нелинейное разностное уравнение (8) представляет собой комплексную форму уравнения движения (дискретного отображения) томсоновской ДВ-АКС с запаздывающей обратной связью.

3. Отображение (8) воспроизводит в дискретном времени основные характеристики томсоновской АКС (1). Это нетрудно показать цифровым анализом генерируемых по алгоритму (8) временных рядов, но мы воспользуемся здесь широко распространенным в теории нелинейных колебаний методом медленно меняющихся амплитуд (методом ММА). Отображение в форме (8) допускает простое обобщение

метода на ДВ-автоколебания. Генерируемый отображением (8) временной ряд представим в виде

$$y_+[n] = \frac{1}{2} A[n] \exp(j2\pi\Omega_0 n) = \frac{1}{2} A[n] Z_0^n, \quad (9)$$

где $A[n]$ – комплексная амплитуда автоколебаний.

При подстановке решения (9) в разностное уравнение (8) нелинейную функцию $F(y[n])$ в его правой части в рамках метода ММА заменим первой гармоникой ряда Фурье:

$$F(y[n]) \approx \frac{1}{2} F_1(A[n]) Z_0^n + \frac{1}{2} F_1^*(A[n]) Z_0^{-n}.$$

Проведя в (8) очевидные математические преобразования, получим

$$A[n] = \alpha A[n-1] + \pi\Omega_0 \gamma F_1(A[n-d]) Z_0^{-d} + \pi\Omega_0 \gamma F_1^*(A[n-d]) Z_0^{-2n+d}.$$

Последнее слагаемое здесь описывает высокочастотное воздействие (с периодом $T_0 = 1/2\Omega_0$) на медленный процесс изменения (с характерным временем релаксации $T_r = Q/2\Omega_0$) комплексной амплитуды $A[n]$. Пренебрегая этим воздействием, приходим к укороченному уравнению для комплексной амплитуды ДВ-автоколебаний

$$A[n] = \alpha A[n-1] + \pi\Omega_0 \gamma F_1(A[n-d]) Z_0^{-d}. \quad (10)$$

Полученное разностное уравнение (10) сопоставим с укороченным уравнением для комплексной амплитуды автоколебаний в исходной аналоговой модели АКС с ЗОС (1). Нетрудно показать, что для автоколебаний вида

$$y(t) = \frac{1}{2} A(t) \exp(j\omega_0 t) + \frac{1}{2} A^*(t) \exp(-j\omega_0 t)$$

уравнение движения (1) методом ММА сводится к дифференциальному укороченному уравнению

$$\frac{d}{dt} A(t) = -\frac{\omega_0}{2Q} A(t) + \frac{\omega_0}{2} \gamma F_1(A(t-\tau)) \exp(-j\omega_0 \tau). \quad (11)$$

При переходе к безразмерному времени $\xi = t\Delta^{-1}$ уравнение (11) принимает вид

$$\frac{d}{d\xi} A(\xi) = -\pi \frac{\Omega_0}{Q} A(\xi) + \pi\Omega_0 \gamma F_1(A(\xi-d)) Z_0^{-d}. \quad (12)$$

Учитывая разложение параметра диссипации высокодобротного контура в ряд по обратным степеням добротности

$$\alpha = \exp\left(-\pi \frac{\Omega_0}{Q}\right) \approx 1 - \pi \frac{\Omega_0}{Q},$$

приходим к выводу о том, что разностное укороченное уравнение ДВ-АКС (10) реализует алгоритм Эйлера для укороченного уравнения (12) аналоговой АКС. Таким образом подтверждается сделанное нами ранее утверждение о том, что отображение (8) воспроизводит в дискретном времени основные динамические характеристики томсоновской АКС (1).

4. В качестве примера приведем результаты, полученные для дискретного отображения осциллятора Ван дер Поля с ЗОС. В этом случае функция нелинейности

$$F(y) = \left(1 - \frac{1}{3}y^2\right)y.$$

Отображение (8) и его укороченное уравнение (10) принимают вид

$$y_+[n] = \alpha Z_0 y_+[n-1] + \pi \Omega_0 \gamma \left(1 - \frac{1}{3}y^2[n-d]\right) y[n-d], \quad (13)$$

$$A[n] = \alpha A[n-1] + \pi \Omega_0 \gamma \left(1 - \frac{1}{4}|A[n-d]|^2\right) A[n-d] Z_0^{-d}. \quad (14)$$

На рис. 1 точками приведены отсчеты ДВ-автоколебаний $y[n]$, генерируемых отображением (13) со значениями $\Omega_0 = 0.14$ и $Q = 15$. Обратная связь с запаздыванием в один интервал дискретизации ($d = 1$) и параметром $\gamma = 0.45$ включается на интервале времени $11 \leq n \leq 100$. Пунктирной линией на рисунке показан график временной зависимости амплитуды автоколебаний, рассчитанный по укороченному уравнению (14).

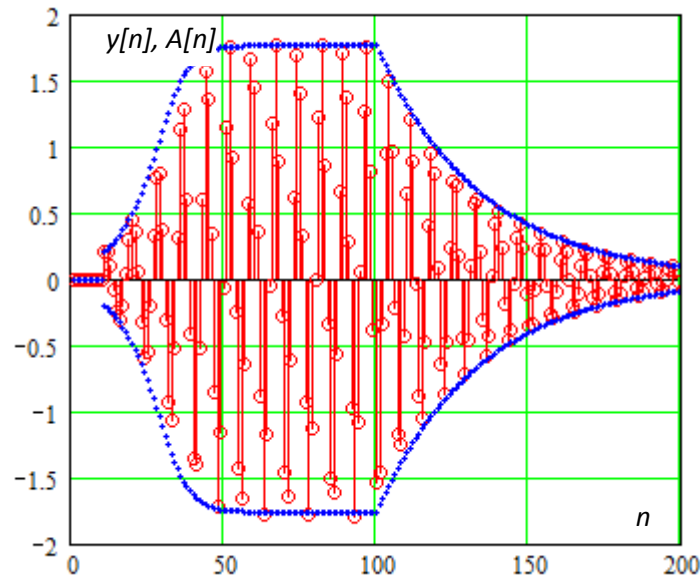


Рис. 1. Дискретные отсчеты мгновенных значений и амплитуды

Как видно из графиков, зависимость $|A[n]|$ с хорошим приближением воспроизводит огибающую автоколебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Зайцев, И.В. Стулов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2015. Т. 23, № 6, С. 40.
2. В.В. Зайцев // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17, N 1. С. 35.